



## Temperature simulation of a prismatic 8 Ah lithium-iron-phosphate battery using the Bernardi equation

Yashar Fekri, Mohammad Mahdi Heyhat\*

Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

### ARTICLE INFO

#### Keywords:

Electric and Hybrid Vehicle  
Lithium-ion Battery  
Thermal Management System  
Bernardi Equation  
Discharging C-rate

### ABSTRACT

Given the current global energy and environmental crises, researchers and industry professionals in the transportation sector are increasingly focused on replacing conventional internal combustion vehicles with electric and hybrid alternatives. Lithium-ion batteries, which are essential to these vehicles, are highly sensitive to operating temperature, and maintaining their temperature within an optimal range significantly influences performance. Designing efficient thermal management systems for lithium-ion batteries requires a thorough understanding of heat generation within the cells and accurate simulation of their thermal behavior under various operating conditions. This study aims to predict the surface temperature of a prismatic 8 Ah lithium-iron-phosphate battery under discharge rates of 3C, 5C, 7C, and 9C, and to compare these predictions with available experimental data. Two thermal models — distributed and lumped — were employed, using the Bernardi equation to estimate heat generation. Results indicated that applying the Bernardi equation in both models yielded acceptable approximations of the battery's average surface temperature. Moreover, as the C-rate increased from 3C to 9C, the maximum relative error in the lumped model's predictions rose from 1% to 5%. Among the C-rates tested, the distributed model performed better for C-rates below 9C. Overall, the lumped model consistently overestimated the average surface temperature compared to the distributed model.



© 2025 Iranian Society of Engine, Tehran, Iran. This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution Noncommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0 license). (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>).

\* Corresponding author

E-mail address: [mmheyhat@modares.ac.ir](mailto:mmheyhat@modares.ac.ir) (M. M. Heyhat)

Received 23 April 2025; Accepted 22 May 2025

E-ISSN: 2345-4121/ISSN: 1735-5214

**Cite this article:** Fekri Y, Heyhat MM. Temperature simulation of a prismatic 8 Ah lithium-iron-phosphate battery using the Bernardi equation. The Journal of Engine Research. 2025 May 22;72(1):15-24. doi: [10.22034/ER.2025.2058081.1089](https://doi.org/10.22034/ER.2025.2058081.1089)

## شبیه‌سازی دمای یک انباره منشوری لیتیوم‌آهن فسفات با ظرفیت ۸ آمپرساعت بر مبنای معادله برناردی

یاشار فکری، محمدمهدی هیهات\*

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

چکیده	اطلاعات مقاله
<p>با توجه به بحران‌های جهانی انرژی و محیط‌زیست در عصر حاضر، پژوهشگران و صنعتگران بخش حمل‌ونقل به دنبال جایگزینی خودروهای مرسوم دارای موتور احتراق داخلی با خودروهای برقی و دورگه می‌باشند. انباره‌های لیتیوم-یونی به عنوان یکی از اجزاء اصلی اینگونه خودروها، حساسیت بالایی به دمای کارکردی داشته و حفظ دمای بدنه انباره در محدوده بهینه تاثیر بسزایی در عملکرد آن‌ها دارد. در جهت طراحی و توسعه سامانه‌های کارآمد مدیریت حرارتی انباره لیتیوم-یونی، شناخت سازوکار تولید حرارت درون انباره و شبیه‌سازی رفتار حرارتی انباره در شرایط کارکردی مختلف امری ضروری است. در این راستا هدف از این پژوهش پیش‌بینی دمای سطح یک انباره منشوری لیتیوم‌آهن فسفات با ظرفیت ۸ آمپرساعت در نرخ‌های تخلیه 3C، 5C، 7C و 9C و مقایسه آن‌ها با داده‌های آزمایشگاهی موجود می‌باشد. برای این کار از دو الگوی حرارتی گسترده و یکپارچه استفاده شده و تخمین نرخ تولید حرارت انباره توسط معادله برناردی صورت گرفت. طبق نتایج بدست‌آمده، بهره‌گیری از معادله برناردی در هر دو الگوی حرارتی یکپارچه و گسترده تقریب قابل قبولی از دمای میانگین سطح انباره ارائه داد. همچنین افزایش نرخ تخلیه از 3C تا 9C منجر به افزایش بیشینه خطا از ۱٪ تا ۵٪ در نتایج تولیدی الگوی یکپارچه شد. در بین چهار نرخ تخلیه بررسی‌شده، الگوی گسترده در نرخ‌های کمتر از 9C بهترین عملکرد را ارائه داد. در نهایت مشخص شد الگوی یکپارچه در تمام نرخ‌های تخلیه بررسی‌شده تخمین بالاتری از دمای میانگین سطح انباره در قیاس با الگوی گسترده ارائه می‌دهد.</p>	<p><b>کلیدواژه‌ها:</b> خودروی برقی و دورگه انباره لیتیوم-یونی سامانه مدیریت حرارتی معادله برناردی نرخ تخلیه</p>



© 2025 Iranian Society of Engine, Tehran, Iran. This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution Noncommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0 license). (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>).

\* نویسنده مسئول

پست الکترونیکی: [mmheyhat@modares.ac.ir](mailto:mmheyhat@modares.ac.ir) (محمدمهدی هیهات)

دریافت ۳ اردیبهشت ۱۴۰۴؛ پذیرش ۱ خرداد ۱۴۰۴  
شاپای الکترونیکی: ۴۱۲۱-۲۳۴۵ / شاپای چاپی: ۵۲۱۴-۱۷۳۵

**Cite this article:** Fekri Y, Heyhat MM. Temperature simulation of a prismatic 8 Ah lithium-iron-phosphate battery using the Bernardi equation. The Journal of Engine Research. 2025 May 22;72(1):15-24. doi: 10.22034/ER.2025.2058081.1089

## ۱- مقدمه

با توجه به افزایش روزافزون تقاضای جهانی برای انرژی، سامانه‌های ذخیره انرژی به خصوص انباره‌ها بیش از پیش مورد توجه قرار گرفته است. در این بین، انباره‌های لیتیوم-یونی به دلیل مزایای رقابتی از جمله چگالی انرژی بالا، عمر چرخه‌ای مطلوب و نرخ خودتخلیه‌شوندگی پایین به عنوان گزینه‌ای کارآمد جهت بکارگیری در خودروهای برقی شناخته می‌شوند [۱].

مشابه با موتورهای درونسوز که عملکرد موثر آن‌ها تحت تاثیر شرایط دمایی کارکردشان است [۲]، عمر، عملکرد و ایمنی انباره‌های لیتیوم-یونی (به عنوان بخش اصلی خودروهای برقی و دورگه) نیز به شدت تحت تاثیر شرایط دمایی آن‌ها می‌باشد. از این رو، طراحی و توسعه سامانه‌های مدیریت حرارتی انباره با کارآمدی بالا امری ضروری است [۳]. از آنجا که افزایش بازده حرارتی یکی از مؤثرترین راهکارهای کاهش مصرف انرژی در صنایع گوناگون محسوب می‌شود [۴]، بهینه‌سازی سامانه‌های مدیریت حرارتی انباره‌های لیتیوم-یونی نیز می‌تواند نقش مهمی در بهبود بازده کلی سامانه‌های ذخیره‌سازی انرژی و کاهش تلفات حرارتی ایفا کند.

ارزیابی دقت و قابلیت‌الگوهای مختلف پیش‌بینی حرارت تولیدی انباره، نقش کلیدی در تخمین دقیق رفتار حرارتی انباره و طراحی موثر سامانه‌های مدیریت حرارتی انباره ایفا می‌کند [۵]. تاکنون الگوهای حرارتی گسترده و یکپارچه به شیوه‌های مختلفی توسط محققان این حوزه برای پیش‌بینی رفتار حرارتی انباره‌های لیتیوم-یونی بکار رفته است. یکی از جنبه‌های کلیدی در این الگوسازی‌ها، نحوه برآورد نرخ تولید حرارت درون انباره حین عملکرد تحت شرایط کارکردی مختلف می‌باشد. در این راستا، معادله برناردی<sup>۱</sup> به عنوان یکی از مهمترین معادلات مورد استفاده برای تخمین نرخ حرارت تولیدی انباره، به طور گسترده در مطالعات مرتبط با رفتار حرارتی انباره لیتیوم-یونی بکار رفته است. با این حال، مطالعات محدودی به ارزیابی دقت و کارایی این معادله در پیش‌بینی رفتار حرارتی انباره در نرخ‌های تخلیه مختلف صورت گرفته است که در ادامه به آنها پرداخته می‌شود.

یون و همکاران [۶] با بکارگیری الگوی حرارتی یکپارچه بر پایه معادله برناردی به بررسی تغییرات دمای یک انباره کبسه‌ای لیتیوم-یونی از نوع نیکل‌منگنزکبالت‌اکسید با ظرفیت ۲۵ آمپرساعت پرداختند. آن‌ها طی مطالعات آزمایشگاهی متغیرهای مربوط به معادله برناردی را برای انباره مورد نظر بدست آورده و طبق آن تغییرات دمای انباره در نرخ‌های تخلیه  $C/3$ ،  $1C$ ،  $2C$  و  $3C$  را شبیه‌سازی نمودند. نتایج عددی به دست‌آمده مطابقت قابل قبولی با داده‌های آزمایشگاهی داشتند.

جیندال و همکاران [۷] با انجام مطالعات آزمایشگاهی و عددی به ارزیابی دقت معادله برناردی در تخمین نرخ تولید حرارت داخل دو نوع انباره لیتیوم‌آهن فسفات (با ظرفیت ۱٫۱ آمپرساعت) و نیکل‌منگنزکبالت‌اکسید (با ظرفیت ۳ آمپرساعت) پرداختند. بررسی‌ها برای دو شیوه تخلیه پیوسته و پالسی و در دو نرخ تخلیه  $4C$  (انباره نیکل‌منگنزکبالت‌اکسید) و  $9/1C$  (انباره لیتیوم‌آهن فسفات) انجام شد. نتایج نشان داد معادله برناردی نرخ تولید حرارت برای هر دو نوع انباره را طی شیوه تخلیه پیوسته با تقریب خوبی پیش‌بینی کرد در حالی که برای شیوه تخلیه پالسی، نتایج بدست‌آمده برآورد بالاتر از مقادیر آزمایشگاهی را ارائه می‌داد.

چوهان و باتاجاریا [۸] از معادله برناردی برای برآورد نرخ تولید حرارت در یک انباره لیتیوم‌آهن فسفات از نوع ۱۸۶۵۰ با ظرفیت ۱٫۱ آمپرساعت تحت شرایط جریان نوسانی (مشابه شارژ/تخلیه در رانندگی) استفاده کردند. نتایج نشان داد که بکارگیری این معادله منجر به برآورد بیشتری (حدود ۲۵٪) از نرخ تولید حرارت می‌شود. آن‌ها پیشنهاد کردند که بکارگیری معادله برناردی برای تخمین نرخ تولید حرارت در شرایط کارکرد با جریان نوسانی، می‌تواند منجر به طراحی بیش از حد محافظه‌کارانه و حجیم سامانه مدیریت حرارتی انباره گردد.

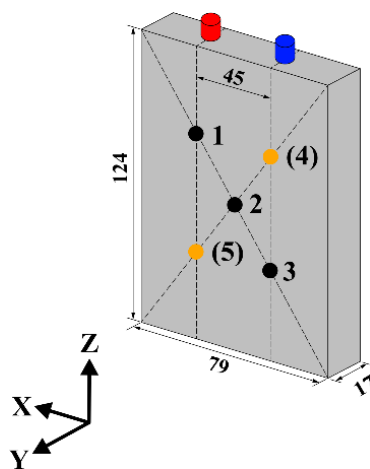
<sup>1</sup> Bernardi Equation

معادله برناردی به شکل قابل توجهی در پژوهش‌های مربوط به سامانه‌های مدیریت حرارتی انباره‌های لیتیوم-یونی مورد استفاده قرار می‌گیرد. با توجه به این که برآورد صحیح و نزدیک به واقعیت از رفتار حرارتی انباره در شرایط کارکردی مختلف نقش پایه‌ای در فرآیند طراحی و بهینه‌سازی سامانه‌های مدیریت حرارتی انباره ایفا می‌کند، ارزیابی کارآمدی و دقت معادلات تخمین نرخ حرارت تولیدی انباره در شرایط کارکردی مختلف اهمیت ویژه‌ای دارد. با این حال، ارزیابی میزان دقت و کارآمدی معادله برناردی در ارائه تخمینی واقع‌گرایانه از رفتار حرارتی انباره در نرخ‌های مختلف تبادل توان، همچنان به عنوان یک خلأ تحقیقاتی مطرح است. در این راستا در مطالعه حاضر، رفتار حرارتی یک انباره منشوری لیتیوم‌آهن فسفات با ظرفیت ۸ آمپرساعت در نرخ‌های تخلیه 3C، 5C، 7C و 9C با بکارگیری الگوهای حرارتی گسترده و یکپارچه بر مبنای معادله برناردی مورد شبیه‌سازی قرار گرفته و نتایج حاصله با داده‌های آزمایشگاهی موجود مقایسه می‌شود.

## ۲- مواد و روش‌ها

### ۲-۱- شرح مسئله

هدف از انجام مطالعه حاضر شبیه‌سازی تغییرات دمای یک انباره منشوری لیتیوم‌آهن فسفات با ظرفیت ۸ آمپرساعت در چهار نرخ تخلیه مختلف (3C، 5C، 7C و 9C) بر مبنای معادله برناردی و مقایسه نتایج با داده‌های آزمایشگاهی موجود می‌باشد. طرح انباره مورد استفاده و محل قرارگیری دماسنج‌ها در آزمایش سنگ و همکاران [۹] در شکل ۱ نمایش داده شده است و مشخصات فنی انباره مورد نظر در جدول ۱ ارائه شده است.



شکل ۱ طرح انباره مورد مطالعه به همراه نقاط نصب دماسنج‌ها در آزمایش سنگ و همکاران [۹] (اعداد شکل بر حسب میلی‌متر بوده و نقاط ۱، ۲ و ۳ در یک سمت انباره و نقاط ۴ و ۵ در سمت دیگر آن قرار گرفته است)

جدول ۱ مشخصات فنی انباره مورد مطالعه [۹]

ویژگی	مقدار ویژگی (واحد)
عرض (mm)، ضخامت (mm)، ارتفاع (mm)	$124 \times 17 \times 79$
جرم (g)	۳۲۸
ظرفیت نامی (Ah)	۸
ولتاژ نامی (V)	۳٫۲
ولتاژهای قطع شارژ (V)/تخلیه (V)	۲٫۳۶۵

## ۲-۲- معادلات حاکم و شرایط مرزی

شبیه‌سازی تغییرات زمانی دمای انباره در نرخ‌های تخلیه مختلف با حل معادله بقای انرژی صورت می‌گیرد. در این پژوهش دمای انباره با بکارگیری الگوی یکپارچه و الگوی گسترده پیش‌بینی شده و سپس با مقادیر آزمایشگاهی مقایسه می‌شود. در الگوی گسترده، دمای بدنه انباره به صورت تابعی از زمان و مکان فرض شده و از حل معادله زیر حاصل می‌شود:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \lambda_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \dot{q} \quad (1)$$

که  $T$ ،  $c_p$ ،  $\rho$  و  $t$  به ترتیب بیانگر چگالی انباره، ظرفیت گرمایی ویژه انباره، دمای انباره و زمان می‌باشند. همچنین  $\lambda_x$ ،  $\lambda_y$  و  $\lambda_z$  ضریب رسانش حرارتی انباره در سه جهت اصلی محورهای مختصات بوده و  $\dot{q}$  نرخ تولید حرارت بر واحد حجم انباره می‌باشد. خواص ترموفیزیکی انباره در جدول ۲ ارائه شده است.

جدول ۲ خواص ترموفیزیکی انباره مورد مطالعه [۹، ۱۰]

متغیر	مقدار	(واحد)
$\rho$	۱۹۶۹٫۵۹	kg/m <sup>3</sup>
$c_p$	۱۳۰٫۵	J/kgK
$\lambda_x$ ، $\lambda_y$ ، $\lambda_z$	۲۱٫۹، ۰٫۵۴، ۲۱٫۹	W/mK

معادله ۱ با برقراری شرط مرزی زیر در تمام سطوح انباره قابل حل است:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = h(T_{amb} - T) \quad (2)$$

که  $n$  راستای بردار جهت سطح انباره و  $h$  ضریب انتقال حرارت جابجایی می‌باشد. در الگوی یکپارچه، دمای بدنه انباره تنها تابع زمان بوده و در هر لحظه در تمام نقاط بدنه انباره مقدار ثابتی دارد. در این الگو، دمای انباره از حل معادله زیر به دست می‌آید:

$$\rho c_p V_b \frac{dT}{dt} = hA(T_{amb} - T) + \dot{Q} \quad (3)$$

که  $A$ ،  $V_b$  و  $T_{amb}$  به ترتیب بیانگر مساحت سطح بیرونی انباره، حجم انباره و دمای محیط می‌باشند. در هر دو الگوی گسترده و یکپارچه ضریب انتقال حرارت جابجایی در تمام سطوح انباره برابر با مقدار ثابت ۵ وات بر مترمربع کلونین فرض شده است که بیانگر شرایط انتقال حرارت توسط جابجایی طبیعی هوا می‌باشد. همچنین در هر دو الگوی مذکور، دمای هوای محیط برابر ۳۰ درجه سانتیگراد در نظر گرفته شده است که به عنوان شرط اولیه برای حل معادله انرژی نیز بکار رفته است [۹]. نرخ تولید حرارت داخل انباره ( $\dot{Q}$ ) در معادلات ۱ و ۳ از معادله برناردی [۱۱] بدین شکل محاسبه شده است:

$$\dot{Q} = RI^2 - IT \frac{\partial U}{\partial T} \quad (4)$$

که  $I$ ،  $R$  و  $U$  به ترتیب بیانگر مقاومت برقی انباره، جریان تخلیه انباره و ولتاژ مدارباز انباره می‌باشند. جریان برقی خروجی از انباره برای نرخ‌های تخلیه 3C، 5C، 7C و 9C به ترتیب برابر ۲۴، ۴۰، ۵۶ و ۶۳ آمپر در نظر گرفته شده است. مقاومت برقی داخل انباره و نرخ تغییرات ولتاژمدار باز انباره بر حسب دما به صورت تابعی از وضعیت شارژ انباره (SOC) از برآزش منحنی بر داده‌های آزمایشگاهی گزارش شده توسط [۹] در محاسبات لحاظ شده است. وضعیت شارژ انباره (SOC) از معادله ۵ قابل محاسبه است.

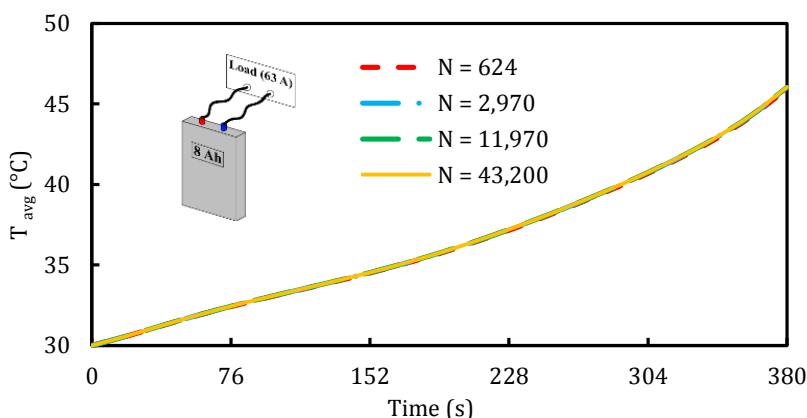
$$SOC = SOC_0 - \frac{\int Idt}{C_0} \quad (5)$$

که  $SOC_0$  و  $C_0$  بترتیب نشان‌دهنده وضعیت شارژ انباره در لحظه شروع فرآیند تخلیه و ظرفیت نامی انباره می‌باشند.

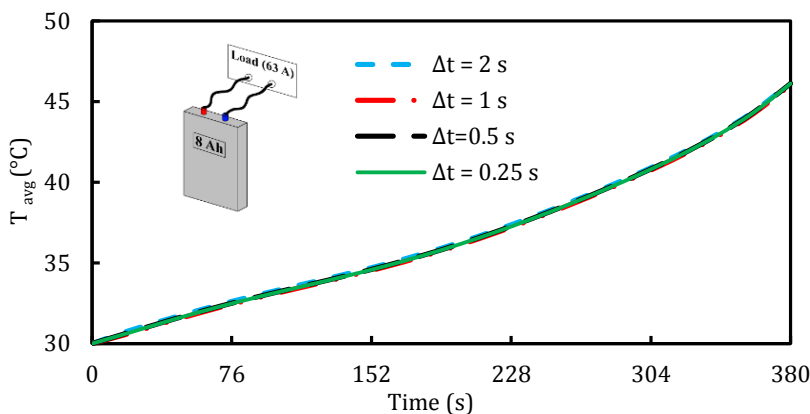
### ۳-۲- جزئیات حل عددی

معادله بقای انرژی در الگوی یکپارچه (معادله ۳) با شرط اولیه تعیین شده به صورت عددی با بهره‌گیری از نرم‌افزار متلب حل شده است و حل معادله بقای انرژی در الگوی گسترده (معادله ۱) با شرط مرزی و شرط اولیه تعیین شده به صورت عددی و به روش حجم محدود با بکارگیری نرم‌افزار انسیس ۲۱ صورت گرفته است. در تمامی شبیه‌سازی‌های بر پایه الگوی گسترده، معیار همگرایی برابر  $10^{-17}$  فرض شده است. همچنین دامنه محاسباتی به شکل مکعب مستطیل با ابعاد انباره و شبکه محاسباتی به صورت سازمان‌یافته و متشکل از سلول‌های شش‌وجهی ساخته شده است. برای اطمینان از عدم وابستگی نتایج حل به تعداد سلول‌های شبکه، محاسبات در نرخ تخلیه ۹C برای چهار شبکه با تعداد سلول‌های مختلف در گام زمانی برابر یک ثانیه صورت گرفت که نتایج آن در شکل ۲ نمایش داده شده است.

شکل ۲ نشان می‌دهد افزایش تعداد سلول‌ها از ۱۱۹۷۰ به ۴۳۲۰۰ منجر به تغییر تنها ۰.۰۱ درجه سلسیوس در دمای میانگین مربوط به وضعیت شارژ ۵٪ می‌شود. در نتیجه شبکه با تعداد ۱۱۹۷۰ سلول به عنوان شبکه مناسب برای انجام سایر محاسبات انتخاب شد. در ادامه برای بررسی میزان حساسیت نتایج به گام زمانی، محاسبات برای شبکه منتخب در شرایط مشابه برای گام‌های زمانی مختلف تکرار گردید که نتایج آن در شکل ۳ نشان داده شده است.



شکل ۲ مقایسه نتایج دمای میانگین انباره در نرخ تخلیه ۹C برای چهار شبکه محاسباتی با تعداد سلول‌های مختلف

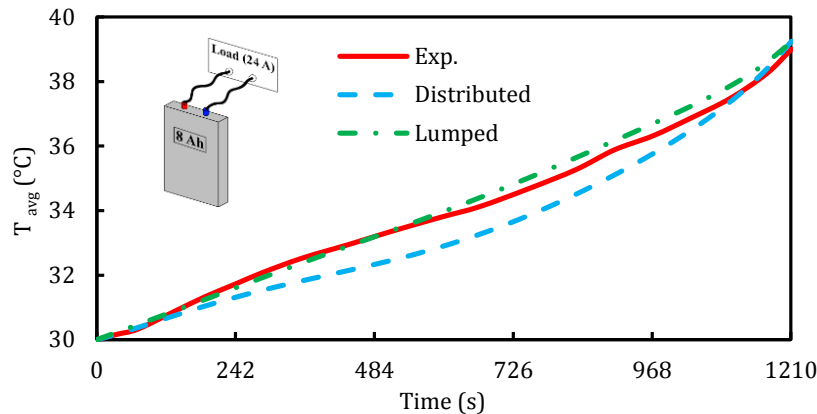


شکل ۳ نمودار مقایسه نتایج دمای میانگین انباره در نرخ تخلیه ۹C برای چهار گام زمانی مختلف

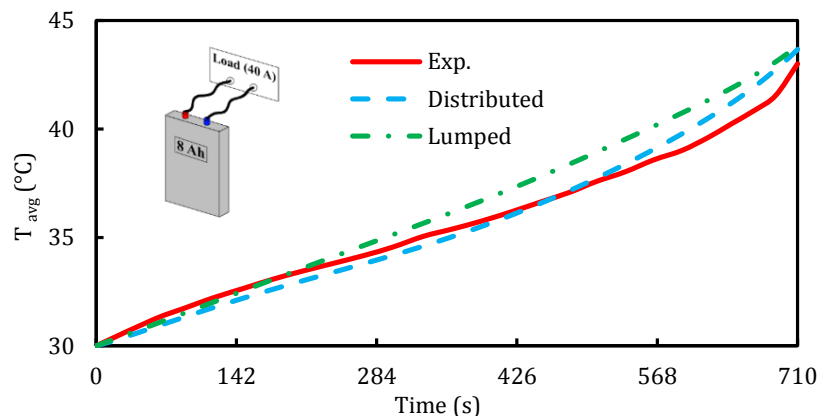
شکل ۳ نشان می‌دهد با تغییر گام زمانی از ۰,۵ ثانیه به ۰,۲۵ ثانیه دمای میانگین انباره در عمق تخلیه ۹۵٪ کمتر از ۰,۰۱ درجه سلسیوس تغییر می‌کند. در نتیجه گام زمانی ۰,۵ ثانیه برای انجام سایر محاسبات انتخاب می‌شود.

### ۳- نتایج و بحث

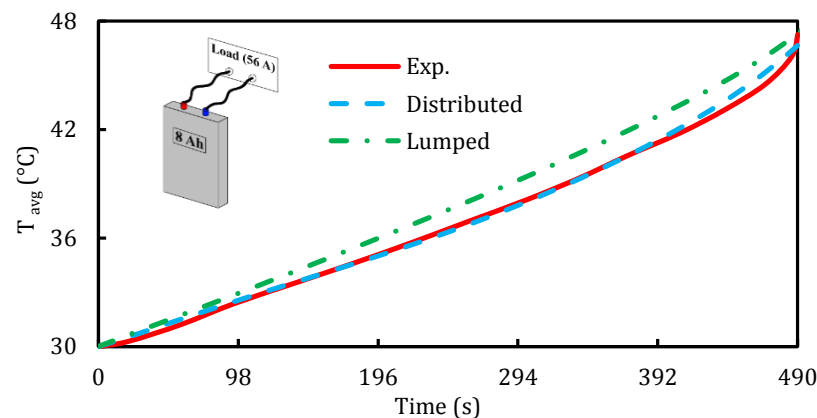
با حصول اطمینان از عدم وابستگی نتایج به شبکه محاسباتی و گام زمانی، در این بخش نتایج مربوط به دمای میانگین حاصل از الگوهای حرارتی گسترده و یکپارچه بر مبنای معادله برناردی برای چهار نرخ تخلیه 3C، 5C، 7C و 9C ارائه شده و با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه می‌شود. نتایج مربوطه در شکل‌های ۴ الی ۷ نمایش داده شده است.



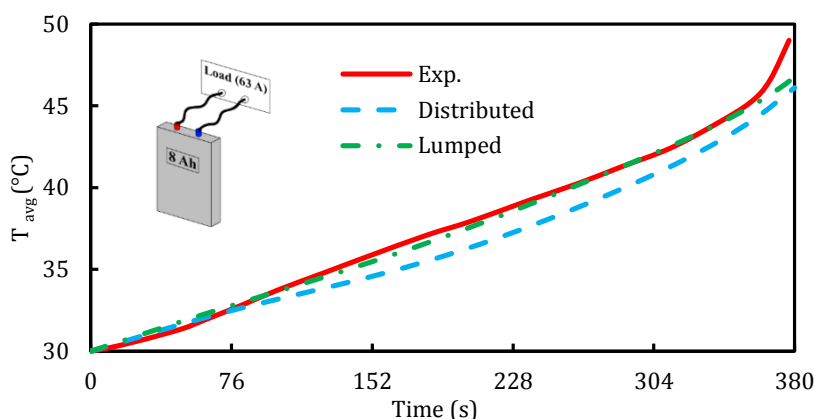
شکل ۴ مقایسه نتایج عددی دمای میانگین انباره در نرخ تخلیه 3C با داده‌های آزمایشگاهی [۹]



شکل ۵ مقایسه نتایج عددی دمای میانگین انباره در نرخ تخلیه 5C با داده‌های آزمایشگاهی [۹]



شکل ۶ نمودار مقایسه نتایج عددی دمای میانگین انباره در نرخ تخلیه 7C با داده‌های آزمایشگاهی [۹]



شکل ۷ نمودار مقایسه نتایج عددی دمای میانگین انباره در نرخ تخلیه 9C با داده‌های آزمایشگاهی [۹]

با توجه به شکل‌ها تخمین نرخ حرارت تولیدی انباره با بکارگیری معادله برناردی در دو الگوی حرارتی گسترده و یکپارچه منجر به پیش‌بینی دمای میانگین سطح انباره با تقریب قابل قبولی گردید. الگوی یکپارچه در نرخ تخلیه 3C قادر به پیش‌بینی دمای میانگین سطح انباره با حداکثر خطای ۱٪ بود. در حالی که در نرخ‌های 5C، 7C و 9C خطای حداکثر در نتایج الگوی یکپارچه به ترتیب تا ۴٫۵٪، ۳٫۴٪ و ۵٪ افزایش یافت. تغییرات دما با زمان در نتایج الگوی یکپارچه شیب نسبتاً ثابتی دارد در حالی که شیب روند تغییرات دما در مقادیر ثبت‌شده آزمایشگاهی یکنواخت نیست. به خصوص این غیریکنواختی شیب دما در انتهای فرآیند تخلیه در نرخ 9C مشهودتر است که دلیل آن افزایش شدید مقاومت برقی داخلی انباره در وضعیت شارژ نزدیک به تخلیه کامل می‌باشد. علت پیش‌بینی شیب تقریباً ثابت تغییرات زمانی دمای انباره در الگوی یکپارچه، یکنواخت فرض کردن توزیع دمای سطح انباره است که در واقعیت اینگونه نیست.

حداکثر خطای نتایج الگوی گسترده در مقایسه با داده‌های آزمایشگاهی مربوط به نرخ‌های تخلیه 3C و 5C برابر با ۲٫۷٪ بود در صورتی که این خطا در نرخ تخلیه 7C ناچیز بوده و در نرخ تخلیه 9C تا ۶٫۴۳٪ افزایش یافت. طبق نتایج بدست‌آمده، الگوی گسترده در نرخ‌های تخلیه کمتر از 9C قابلیت بهتری از خود در پیش‌بینی دمای میانگین سطح انباره نشان داد. لازم به ذکر است در الگوی گسترده مورد مطالعه بر مبنای معادله برناردی، نواحی مربوط به تب<sup>۱</sup> انباره لحاظ نمی‌شود و این ساده‌سازی موجب می‌شود توزیع دمای پیش‌بینی‌شده سطح انباره در الگوسازی با شرایط واقعی تا حدی متفاوت شود. همچنین مشاهده می‌شود بر خلاف الگوی یکپارچه، الگوی گسترده شیب یکنواختی از تغییرات زمانی دمای انباره ارائه نمی‌دهد که با واقعیت همخوانی بیشتری دارد. در هر چهار نرخ تخلیه، الگوی گسترده تخمین کمتری از دمای میانگین سطح انباره در مقایسه با الگوی یکپارچه ارائه داد.

#### ۴- نتیجه‌گیری

در مطالعه حاضر به پیش‌بینی دمای میانگین سطح یک انباره لیتیوم‌آهن فسفات با هندسه منشوری و ظرفیت ۸ آمپر ساعت با بکارگیری الگوهای گسترده و یکپارچه بر پایه معادله برناردی پرداخته شد و نتایج با مقادیر اندازه‌گیری‌شده دما مورد مقایسه قرار گرفت. نتایج حاصله به شرح زیر است: استفاده از معادله برناردی جهت تخمین نرخ تولید حرارت داخلی انباره در هر دو الگوی گسترده و یکپارچه منجر به پیش‌بینی دمای میانگین سطح انباره با دقت قابل قبولی گردید.

<sup>1</sup> Battery Tab

خطای بیشینه در نتایج الگوی یکپارچه از ۱٪ در نرخ 3C تا ۵٪ در نرخ 9C افزایش یافت. در چهار نرخ تخلیه مختلف، الگوی گسترده در نرخ‌های تخلیه کمتر از 9C عملکرد بهتری از خود ارائه داد. در همه نرخ‌های تخلیه مورد مطالعه الگوی یکپارچه تخمین بیشتری از دمای میانگین سطح انباره در مقایسه با الگوی گسترده ارائه داد.

### فهرست علائم

$A$	مساحت ( $m^2$ )
$C_0$	ظرفیت نامی انباره (Ah)
$c_p$	ظرفیت گرمای ویژه ( $J/kgK$ )
$h$	ضریب انتقال حرارت جابجایی ( $W/m^2K$ )
$I$	شدت جریان برقی (A)
$n$	بردار جهت سطح
$\dot{Q}$	نرخ تولید حرارت داخل انباره (W)
$\dot{q}$	نرخ تولید حرارت داخل انباره بر واحد حجم ( $W/m^3$ )
$R$	مقاومت برقی انباره ( $\Omega$ )
$SOC$	وضعیت شارژ انباره
$SOC_0$	وضعیت شارژ انباره در لحظه آغاز فرآیند تخلیه
$T$	دما ( $K, ^\circ C$ )
$t$	زمان (s)

### علائم یونانی

$\rho$	چگالی انباره ( $kg/m^3$ )
$\lambda$	ضریب رسانش گرمایی ( $W/mK$ )

### زیر نویس‌ها

$amb$	محیط
$avg$	میانگین
$b$	انباره

### References

- [1] Wang Y, Yu M, Fan H, Chung JD. Multi-Objective Topology Optimization of Cold Plates for Enhanced Battery Thermal Management in Electric Vehicles. Case Studies in Thermal Engineering. 2025 Jan 20:105794. doi: 10.1016/j.csite.2025.105794
- [2] Rahmatinejad B, Rahimi Asiabaraki H, Azimpour Shishevan F. Investigation of the effect of AL2O3 nanofluid in M13NI engine cooling system. The Journal of Engine Research. 2023 Mar 21;70(1):47-65. doi: 10.22034/ER.2023.1975318.0 [In Persian]
- [3] Kumar K, Sarkar J, Mondal SS. Evaluating nanofluid-cooled hybrid Lithium-ion battery thermal management system under abnormal operating scenarios. Journal of Power Sources. 2024 Dec 15;623:235495. doi: 10.1016/j.jpowsour.2024.235495
- [4] Rahmatinejad B, Rahimi Asiabaraki H, Azimpour Shishevan F, Mohtadi Bonab MA. Experimental analysis of the effect of using aluminum oxide nanofluid in improving the heat transfer of XU7 engine radiator. The Journal of Engine Research. 2023 Jun 22;70(2):66-79. doi: 10.22034/ER.2023.2011671.1015 [In Persian]

- [5] Chavan S, Venkateswarlu B, Salman M, Liu J, Pawar P, Joo SW, Choi GS, Kim SC. Thermal management strategies for lithium-ion batteries in electric vehicles: Fundamentals, recent advances, thermal models, and cooling techniques. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2024 Nov 1;232:125918. doi: [10.1016/j.ijheatmasstransfer.2024.125918](https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2024.125918)
- [6] Yun FL, Tang L, Li WC, Jin WR, Pang J, Lu SG. Thermal behavior analysis of a pouch type Li [Ni 0.7 Co 0.15 Mn 0.15] O 2-based lithium-ion battery. *Rare Metals*. 2016 Apr;35:309-19. doi: [10.1007/s12598-015-0605-3](https://doi.org/10.1007/s12598-015-0605-3)
- [7] Jindal P, Katiyar R, Bhattacharya J. Evaluation of accuracy for Bernardi equation in estimating heat generation rate for continuous and pulse-discharge protocols in LFP and NMC based Li-ion batteries. *Applied Thermal Engineering*. 2022 Jan 25;201:117794. doi: [10.1016/j.applthermaleng.2021.117794](https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2021.117794)
- [8] Chauhan VK, Bhattacharya J. Error estimation of Bernardi heat evaluation of Li-ion cells under drive cycle operation. *Applied Thermal Engineering*. 2024 Oct 1;254:123870. doi: [10.1016/j.applthermaleng.2024.123870](https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2024.123870)
- [9] Sheng L, Su L, Zhang H, Li K, Fang Y, Ye W, Fang Y. Numerical investigation on a lithium ion battery thermal management utilizing a serpentine-channel liquid cooling plate exchanger. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2019 Oct 1;141:658-68. doi: [10.1016/j.ijheatmasstransfer.2019.07.033](https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2019.07.033)
- [10] Khan SA, Eze C, Dong K, Shahid AR, Patil MS, Ahmad S, Hussain I, Zhao J. Design of a new optimized U-shaped lightweight liquid-cooled battery thermal management system for electric vehicles: A machine learning approach. *International Communications in Heat and Mass Transfer*. 2022 Jul 1;136:106209. doi: [10.1016/j.icheatmasstransfer.2022.106209](https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2022.106209)
- [11] Bernardi D, Pawlikowski E, Newman J. A general energy balance for battery systems. *Journal of the electrochemical society*. 1985;132(1):5. doi: [10.1149/1.2113792](https://doi.org/10.1149/1.2113792)