



Numerical and experimental analysis of lateral vibration of a turbocharger rotor in rotating and non-rotating conditions

Bherouz Shahriari^{1*}, Mostafa Ghayour², Mohammad Hadi Jalali³, Mohsen Bahrami¹

¹ Faculty of Mechanics, Malek Ashtar University of Technology, Isfahan, Iran

² Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

³ Department of Mechanical Engineering, Memorial University, Newfoundland and Labrador, Canada

ARTICLE INFO

Keywords:

Turbocharger
High Speed Rotor
Numerical and Experimental Analysis
Lateral Vibration
Ambient Modal Testing

ABSTRACT

Dynamic analysis and modal analysis of high speed rotors are a vital step in the design and development stages of rotating machines. Turbomachine rotor consists of disks of various shapes, shafts whose diameters change depending on their longitudinal position, and bearings situated at various positions. The vibrations of the rotor in the operating conditions can cause catastrophic failure of the parts or even the whole turbomachine. In this paper, lateral vibrations of a turbocharger rotor in non-rotating and rotating conditions are analyzed numerically using a finite element model based on Timoshenko beam elements. The Campbell diagram, critical speeds, operational deflection shapes and unbalance response of the rotor are the results of numerical dynamic analysis in the operating conditions. Also, the ambient modal testing of the rotor in non-rotating conditions is performed using frequency domain decomposition (FDD) method. In the modal testing, the laser doppler vibrometer and piezoelectric accelerometers are used simultaneously in order to exactly measure the vibrations. The good agreements between the numerical and experimental results show the accuracy of analyses.



© 2023 Iranian Society of Engine, Tehran, Iran. This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution Noncommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0 license). (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>).

* Corresponding author

E-mail address: Shahriari@mut-es.ac.ir (Bherouz Shahriari)

Received 20 March 2022; Accepted 26 August 2022

E-ISSN: 2345-4121/ISSN: 1735-5214

Cite this article: B. Shahriari, M. Ghayour, M. H. Jalali, M. Bahrami, Numerical and experimental analysis of lateral vibration of a turbocharger rotor in rotating and non-rotating conditions, The Journal of Engine Research, 70/1 (2023) 14-27, <https://doi.org/10.22034/er.2023.1975287.0>.

تحلیل عددی و تجربی ارتعاشات جانبی محور یک پرخوران در شرایط ایستا و دورانی

بهروز شهریار^{۱*}، مصطفی غیور^۲، محمد هادی جلالی^۳، محسن بهرامی^۱

^۱ مجتمع دانشگاهی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، اصفهان، ایران

^۲ دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران

^۳ دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه مموریال، نیوفاندلند و لابرادور، کانادا

چکیده

بررسی دینامیکی و تحلیل ارتعاشی محور دورانی با سرعت تند، در مراحل طراحی و توسعه ماشین‌های دوار امری ضروری است. محور دوار سرعت تند در پرخوران‌ها شامل قرص‌های دوار با شکل‌های مختلف، محور دارای قطر متغیر و یاتاقان‌های نصب‌شده در موقعیت‌های مختلف می‌شود. ارتعاشات محور دوار در حالت کاری می‌تواند باعث خرابی قطعات موتور یا حتی از کارافتادگی کل موتور شود. در این مقاله، ارتعاشات جانبی محور دوار یک پرخوران در شرایط ایستا و دورانی، با استفاده از یک الگوی اجزاء محدود و با اجزاء تیر تیموشنکو تحلیل شد. نمودار سرعت-بسامد، سرعت‌های بحرانی، تغییر شکل سازه در حالت کاری و پاسخ به نامیزانی محور دوار از نتایج تحلیل دینامیکی عددی محور دوار در شرایط کاری هستند. همچنین، آزمون ارتعاش سنجی محیطی به روش تجزیه بسامدها، در حالت غیر دورانی بر روی محور دوار انجام شده است. در آزمون ارتعاش سنجی، به‌طور هم‌زمان از دستگاه ارتعاش سنج لیزر داپلر و حسگرهای شتاب سنج پیزوالکتریک، به‌منظور اندازه‌گیری دقیق ارتعاشات استفاده شده است. تطابق نتایج عددی و تجربی نشان‌دهنده دقت تحلیل انجام شده است.

اطلاعات مقاله

کلیدواژه‌ها:

پرخوران
محور دوار سرعت بالا
تحلیل عددی و تجربی
ارتعاشات جانبی
آزمون ارتعاش سنجی محیطی



© 2023 Iranian Society of Engine, Tehran, Iran. This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution NonCommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0 license). (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>).

* نویسنده مسئول

پست الکترونیکی: Shahriari@mut-es.ac.ir (بهروز شهریار)

دریافت ۲۹ اسفند ۱۴۰۰؛ پذیرش ۴ شهریور ۱۴۰۱
شاپای الکترونیکی: ۴۱۲۱-۲۳۴۵ / شاپای چاپی: ۵۲۱۴-۱۷۳۵

Cite this article: B. Shahriari, M. Ghayour, M. H. Jalali, M. Bahrami, Numerical and experimental analysis of lateral vibration of a turbocharger rotor in rotating and non-rotating conditions, The Journal of Engine Research, 70/1 (2023) 14-27, <https://doi.org/10.22034/er.2023.1975287.0>.

۱- مقدمه

پرخوران یک موتور مکانیکی است که حجم و فشار هوای ورودی به محفظه استوانه موتور را افزایش داده و در نهایت موجب افزایش قدرت کلی موتور می‌گردند. این سامانه از دو بخش اصلی گردا^۱ و تنجار^۲ تشکیل شده است که روی یک محور نصب شده‌اند. مجموعه تنجار، گردا، محور و یاتاقان‌ها، محور دوار سامانه را تشکیل می‌دهند. به‌منظور جلوگیری از وقوع پدیده تشدید در محور دواری با سرعت تند، بررسی ارتعاشی آن‌ها از ملزومات طراحی به شمار می‌رود. در تحلیل ارتعاشی^۳، این محور دوار، ساده‌سازی انجام می‌شود و یک الگوی ریاضی مناسب برای آن تعیین می‌گردد. در این فرایند الگوسازی باید دانست که کدام‌یک از متغیرها برای سامانه مهم هستند. سرعت بحرانی، سرعتی از محور دوار است که با بسامد طبیعی محور دوار برابر باشد. به دلیل این‌که ممکن است آسیب‌های شدیدی در حین کار محور دوار در سرعت بحرانی اتفاق بیفتد، سرعت کاری محور دوار همواره دور از سرعت بحرانی آن در نظر گرفته می‌شود؛ تعیین آستانه ناپایداری و پاسخ به نامیزانی محور دوار نیز همواره از موضوعات موردتوجه بوده‌اند [۱-۳].

بروسا^۴ و همکاران، رفتار دینامیکی یک سامانه دینامیکی ماهواره‌ای را با استفاده از نظریه اجزاء محدود و به‌صورت تجربی بررسی کردند [۴]. چتلت^۵ و همکاران بررسی دینامیکی محور دوار کامپوزیتی را با استفاده از الگوی اجزاء محدود سه‌بعدی انجام دادند [۵]. آن‌ها همچنین فقط یک قسمت از محور دوار را نیز تحلیل کردند که نتایج با نتایج به‌دست‌آمده از تحلیل کل محور دوار یکسان بود. یانگ^۶ و همکارش بسامدهای طبیعی و شکل مودهای یک سامانه محور-قرص^۷-پره را به دست آوردند [۶]. آن‌ها همچنین بررسی دوران را بر روی مشخصه‌های مودال سامانه بررسی کردند. والی^۸ و همکارش بسامدهای طبیعی دورانی و سرعت‌های بحرانی محور دواری با محور منحنی شکل را به دست آوردند [۷].

لازاروس^۹ و همکاران یک روش اجزای محدود سه‌بعدی برای بررسی سامانه‌های خطی متغیر با زمان ارائه کردند [۸]. آن‌ها همچنین آزمون‌های عملی بر روی محور دوار غیرهمسانگرد^{۱۰} بر روی پایه غیرهمسانگرد انجام دادند. بررسی دینامیکی سامانه‌های چرخه‌ای^{۱۱} توسط لاکسالده^{۱۲} و همکاران صورت گرفت [۹-۱۱]. آن‌ها روشی جدید به‌منظور بررسی دینامیکی سامانه‌هایی که از ساختار متقارن برخوردار هستند ارائه کردند که هزینه محاسباتی را بسیار کاهش می‌دهد. در روش آن‌ها یک قسمت از محور دوار به‌جای کل محور دوار تحلیل می‌شود. آن‌ها نتایج به‌دست‌آمده از تحلیل کل محور دوار را با نتایج به‌دست‌آمده از تحلیل یک قسمت محور دوار مقایسه کردند که تفاوت کم نتایج نشان‌دهنده دقت بالای روش ارائه‌شده آن‌ها است.

تپلک^{۱۳} و همکارش بررسی دینامیکی یک محور دوار گردای گاز با یک مرحله گردا و یک مرحله تنجار را با استفاده از برنامه‌ای به نام Dynrot انجام دادند [۱۲]. آن‌ها پروانه و گردا را به‌عنوان قرص صلب در نظر گرفتند. نمودار سرعت-بسامد^{۱۴}، سرعت‌های بحرانی، بسامدهای طبیعی و شکل مودهای محور دوار مورد تحلیل از نتایج کار آن‌ها بود. سرسی^{۱۵}

1 Turbine

2 Compressor

3 Modal Analysis

4 Brusa

5 Chatelet

6 Yang

7 Disk

8 Whalley

9 Lazarus

10 No Isotropic

11 Cyclic Systems

12 Laxalde

13 Taplak

14 Campbell Diagram

15 Creci

و همکاران تحلیل دینامیکی یک محور دوار کامل موتور گردای گاز با نیروی فشاری ۵ کیلونیوتن را با لحاظ دینامیک یاتاقان‌ها انجام دادند [۱۳]. جلالی و همکاران، رفتار دینامیکی یک سامانه محور دوار یاتاقان خاص را تحلیل کردند [۱۴]. آن‌ها از یک الگوی اجزاء محدود با اجزاء تیر تیموشنکو، یک الگوی اجزاء محدود سه‌بعدی و آزمون ارتعاش‌سنجی، به‌منظور تحلیل خود استفاده کردند.

در این تحقیق، محور دوار سریع یک پرخوران با استفاده از اجزاء تیر تیموشنکو شبیه‌سازی شده است. تدوین برنامه تحلیل عددی ارتعاشات جانبی محور دوار جهت کاربرد در یک پرخوران در حالت ایستا و در حالت دورانی از جنبه‌های نوآوری این تحقیق است. برنامه مذکور با انجام آزمون به‌صورت تجربی تأیید می‌شود. با استفاده از این برنامه، بسامدهای طبیعی و شکل مودهای محور دوار در حالت ایستا و با شرایط مرزی آزاد محاسبه شده و نمودار سرعت-بسامد و سرعت‌های بحرانی به‌منظور بررسی دینامیکی محور دوار در شرایط کاری به دست می‌آیند. به‌منظور اعتبارسنجی سرعت‌های بحرانی به دست آمده از الگوی اجزاء محدود، شکل محور دوار در شرایط کاری^۱ (ODS) و همچنین پاسخ سامانه به نامیزانی در گردای محور دوار نیز به دست آمده است. با توجه به محدوده سرعت کاری محور دوار، سرعت بحرانی محور دوار در محدوده سرعت کاری محور دوار نیست و محور دوار از نظر احتمال وقوع پدیده تشدید در ایمنی قرار دارد.

۲- معادلات حرکت

روش‌های عددی بسیاری به‌منظور بررسی دینامیکی محور دوار وجود دارد که معروف‌ترین آن‌ها روش اجزاء محدود است. با استفاده از روش اجزاء محدود، با صرف زمان کمتر و هزینه عددی کمتر، می‌توان رفتار دینامیکی محور دوار را تحلیل کرد. اجزاء متعددی در نظریه اجزاء محدود در بررسی دینامیکی محور دوار استفاده می‌شوند که متداول‌ترین آن‌ها اجزاء تیر، فتر و جرم متمرکز هستند. داخل هر جزء، درجات آزادی نقاط مختلف جزء با یک تقریب خطی از درجات آزادی گره‌های آن به دست می‌آید. معادله (۱) این تقریب را نشان می‌دهد.

$$u(x, y, z, t) = N(x, y, z)q(t) \quad (1)$$

در این رابطه $u(x, y, z, t)$ میدان درجات آزادی در داخل جزء، $q(t)$ درجات آزادی گره‌ها برحسب زمان و $N(x, y, z)$ ماتریس توابع شکل است. به‌منظور به دست آوردن معادلات حرکت یک جزء از معادله لاگرانژ استفاده می‌شود. بردار کرنش در داخل جزء را می‌توان با استفاده از درجات آزادی گره‌ها و ماتریس مشتقات توابع شکل، با استفاده از معادله (۳) به دست آورد.

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = f(t) \quad (2)$$

$$\varepsilon(x, y, z, t) = B(x, y, z)q(t) \quad (3)$$

که B ماتریسی شامل مشتقات توابع شکل نسبت به مختصات مختلف است.

یکی از فرضیات اساسی در تحلیل ارتعاشی در محور دوار فرض رفتار خطی مواد است. همچنین تنش اولیه و کرنش اولیه در محور دوار وجود ندارد. این دو فرض، این قابلیت را ایجاد می‌کند که رابطه تنش و کرنش در جزءها رابطه خطی باشد. معادله (۴) این رابطه را نشان می‌دهد.

$$\sigma(x, y, z, t) = E\varepsilon = E(x, y, z)Bq(t) \quad (4)$$

انرژی پتانسیل جزء با استفاده از معادله (۵) بیان می‌شود.

$$U = \frac{1}{2} \int \varepsilon^T \sigma dV = \frac{1}{2} q^T \left(\int B^T E B dV \right) q \quad (5)$$

ماتریس سختی جزء مطابق معادله (۶) به دست می‌آید.

$$K = \int B^T E B dV \quad (6)$$

¹ Operational Deflection Shapes

انرژی جنبشی و ماتریس جرم برای هر جزء از روابط (۷) و (۸) به دست می‌آیند.

$$T = \frac{1}{2} \dot{q}^T \left(\int \rho N^T N dV \right) \dot{q} \quad (7)$$

$$M = \int \rho N^T N dV \quad (8)$$

تابع اتلاف جزء را می‌توان به صورت رابطه (۹) نوشت که μ ضریب میرایی است.

$$R = \frac{1}{2} \dot{q}^T \left(\int \mu N^T N dV \right) \dot{q} \quad (9)$$

بنابراین، ماتریس میرایی به صورت رابطه (۱۰) است.

$$C = \int \mu N^T N dV \quad (10)$$

نیروهای گرهی از معادله (۱۱) به دست می‌آید که $P(x, y, z, t)$ نیروی توزیعی روی جسم است.

$$f(t) = \int N^T P(x, y, z) dV \quad (11)$$

با جایگذاری انرژی‌ها و کار در معادله لاگرانژ، معادلات حرکت برای یک سامانه غیر چرخان به دست می‌آید.

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = f(t) \quad (12)$$

در تحلیل ارتعاشی محور دوار، نیروی گرهی در طرف راست معادله (۱۲) برابر صفر است؛ بنابراین، معادله (۱۲) به منظور تحلیل ارتعاشی استفاده می‌شود [۱۵]. معادلات حرکت یک سامانه محور دوار- یاتاقان متقارن محوری که با سرعت حول محور دوران خود می‌چرخد، بدین صورت است.

$$M\ddot{q} + (C + G)\dot{q} + (K + H)q = f(t) \quad (13)$$

که q بردار مختصات تعمیم‌یافته نسبت به دستگاه لختی، M ماتریس جرم متقارن، C ماتریس متقارن میرایی، G ماتریس پادمتقارن ژيروسکوپیک، K ماتریس متقارن سختی، H ماتریس پادمتقارن دورانی و $f(t)$ بردار نیروی تابع زمان هستند. ماتریس ژيروسکوپیک دارای عبارت‌های لختی و بنابراین پایستار است که در محور دوار دینامیک شدیداً مرتبط با گشتاورهای ژيروسکوپیک وارده بر قسمت‌های دوار محور هستند. اگر معادله نسبت به دستگاه غیرلخت نوشته شود، عبارت‌های مرتبط با شتاب کوریولیس نیز در ماتریس ژيروسکوپیک ظاهر می‌شوند. ماتریس دورانی دارای عبارت‌های ناپایستار است که مرتبط با میرایی داخلی سامانه‌های دوار هستند و هنگام استفاده از الگوی خطی برای یاتاقان‌های اصلی و آببندها مرتبط با لایه سیال احاطه‌کننده محور دوار هستند. این یک موضوع شناخته شده است که وجود ماتریس دورانی باعث ایجاد ناپایداری می‌شود و هیچ محور دورانی از این قاعده مستثنا نیست.

معادله (۱۳) برای به یک سامانه غیرطبیعی و دورانی است و بنابراین با معادلات مرسوم دینامیک سازه‌های که همه ماتریس‌ها در آن‌ها متقارن هستند تفاوت دارد. این نکته قابل ذکر است که در محور دوار دینامیک، ماتریس‌های H و G متناسب با سرعت دوران هستند و وقتی Ω به سمت صفر میل می‌کند عبارت‌های پادمتقارن صفر می‌شوند و معادلات به معادلات یک سازه ایستا تبدیل می‌شوند. همچنین ماتریس‌های C و K می‌توانند تابع سرعت معمولاً Ω^2 باشند و می‌توانند تابع پیچیده‌تری از Ω باشد.

بیشتر محور دورانی انعطاف‌پذیر را می‌توان سازه‌های تیر شکل در نظر گرفت. تحت فرضیات منطقی، حرکت عرضی تیر را می‌توان غیروابسته با حرکت محوری و یا پیچشی آن در نظر گرفت. غیروابسته بودن مشابهی می‌توان در دینامیک محور دوار در نظر گرفت با این تفاوت که خمش در صفحات اصلی را باید وابسته در نظر گرفت. وقتی که حرکت عرضی را بتوان جدا از حرکت پیچشی و محوری دانست، معادله (۱۳) حرکت اول را توصیف می‌کند و معادلات حرکت‌های پیچشی و محوری مربوط به سامانه‌های طبیعی و غیر دورانی هستند.

۳- روش تجزیه بسامدها

روش‌های تحلیل ارتعاشات محیطی، به دو دسته کلی متغیری و غیرمتغیری تقسیم‌بندی می‌شوند. روش‌های غیرمتغیری با انجام یک مجموعه عملیات ریاضی، بر روی داده‌های اندازه‌گیری شده، در حوزه بسامد، به استخراج مشخصات دینامیکی سازه می‌پردازند؛ درحالی‌که در روش‌های متغیری، یک الگوی متغیر^۱ در حوزه زمان تقریب زده شده و مستقیماً بر روی پاسخ‌های به دست آمده از داده‌های اندازه‌گیری منطبق (Fit) می‌شود و الگوی پویا^۲ سامانه استخراج می‌گردد. یکی از پرکاربردترین روش‌های غیرمتغیری، تجزیه بسامدها (FDD) است. در این روش که توسط برینکر (Brincker) ارائه شده [۱]، ابتدا ماتریس چگالی طیف توان پاسخ، محاسبه و سپس روش تجزیه مقادیر تکین بر روی آن اعمال می‌شود و به کمک آن، مقادیر بسامدهای طبیعی و شکل مودها به دست می‌آیند. اساس روابط حاکم بر FDD، بر رابطه بین خروجی‌ها و ورودی‌های یک سامانه استوار است.

$$G_{yy}(j\omega) = \bar{H}(j\omega)G_{xx}(j\omega)H^T(j\omega) \quad (14)$$

که در آن G_{xx} ماتریس طیف چگالی توان ورودی، G_{yy} ماتریس طیف چگالی توان خروجی و $H(j\omega)$ ماتریس تابع پاسخ بسامدی است. برای ماتریس تابع پاسخ بسامدی می‌توان نوشت:

$$H(j\omega) = \sum_{k=1}^n \frac{Q_k}{j\omega - \lambda_k} + \frac{\bar{Q}_k}{j\omega - \bar{\lambda}_k} \quad (15)$$

که Q_k نشان‌دهنده عبارت باقیمانده، λ_k نشان‌دهنده k امین بسامد طبیعی، علامت “-” نشان‌دهنده مزدوج مختلط و n تعداد مودهای مد نظر را نشان می‌دهد. با ترکیب روابط قبل رابطه بین طیف چگالی توان ورودی و خروجی مطابق رابطه ۱۶ به دست می‌آید:

$$G_{yy}(j\omega) = G_{xx}(j\omega) \left(\sum_{k=1}^n \frac{Q_k}{j\omega - \lambda_k} + \frac{\bar{Q}_k}{j\omega - \bar{\lambda}_k} \right) \left(\sum_{s=1}^n \frac{Q_s}{j\omega - \lambda_s} + \frac{\bar{Q}_s}{j\omega - \bar{\lambda}_s} \right) \quad (16)$$

در صورتی‌که ورودی اتفاقی باشد، ماتریس چگالی توان آن یک ماتریس قطری به شکل $G_{xx}(j\omega) = CI$ خواهد بود. با جایگزین کردن این معادله در معادله (۱۶) و ساده کردن آن، معادله (۱۷) حاصل خواهد شد.

$$G_{yy}(j\omega) = \sum_{k=1}^n \left(\frac{A_k}{j\omega - \lambda_k} + \frac{\bar{A}_k}{j\omega - \bar{\lambda}_k} + \frac{B_k}{-j\omega - \lambda_k} + \frac{\bar{B}_k}{-j\omega - \bar{\lambda}_k} \right) \quad (17)$$

در این معادله A_k ، k امین باقیمانده چگالی توان خروجی می‌باشد که با معادله (۱۸) نشان داده می‌شود.

$$A_k = Q_k C \sum_{s=1}^n \left(\frac{\bar{Q}_k^T}{\lambda_k - \lambda_s} + \frac{Q_k^T}{-\lambda_k - \lambda_s} \right) \quad (18)$$

با استفاده از خاصیت تعامد مودها، باقیمانده به صورت $A_k = Q_k C \bar{Q}_k / 2a_k$ در خواهد آمد که در آن a_k بخش

حقیقی k امین قطب $\lambda_k = -a_k + j\omega_k$ می‌باشد. در صورتی‌که میرایی سامانه کم باشد، عبارت باقیمانده متناسب با شکل مود خواهد بود و لذا به صورت $Q_k = \varphi_k \gamma_k$ در خواهد آمد. بنابراین:

$$A_k \approx Q_k C \bar{Q}_k = \varphi_k \gamma_k C \gamma_k^T \varphi_k^T = d_k \varphi_k \varphi_k^T \quad (19)$$

که در آن d_k یک اسکالر، φ_k بردار شکل مود k ام و γ_k بردار دخالت مود می‌باشد. بنابراین در نهایت چگالی توان پاسخ‌ها برحسب شکل مودها و قطب‌های سامانه به صورت رابطه (۲۰) حاصل خواهد شد.

¹ Parametric Model

² Dynamic Model

$$G_{yy}(j\omega) = \sum_{k=1}^n \left(\frac{d_k \varphi_k \varphi_k^T}{j\omega - \lambda_k} + \frac{\bar{d}_k \bar{\varphi}_k \bar{\varphi}_k^T}{j\omega - \bar{\lambda}_k} \right) \quad (20)$$

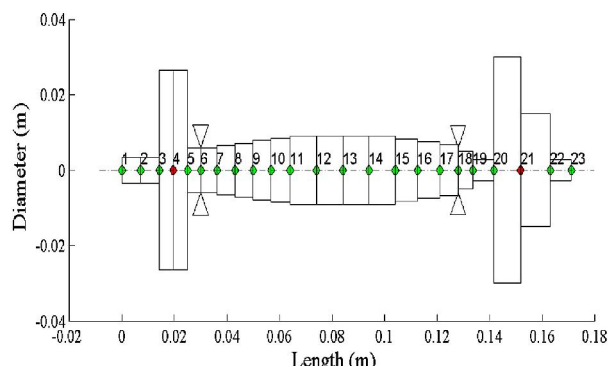
معادله (۲۰) بیان می‌کند که در هر بسامد، تعداد محدودی مود در ساختن پاسخ‌های سامانه شرکت می‌نمایند. در نزدیکی بسامدهای طبیعی سامانه، فقط یک مود به طرز قابل توجهی پاسخ سامانه را می‌سازد. لذا پاسخ در این بسامد، بسیار شبیه شکل مود این بسامد خواهد بود. اگر ماتریس چگالی توان پاسخ سامانه، در بسامد مورد نظر به مقادیر و بردارهای تکین آن تجزیه گردد، از آنجایی که مقادیر تکین در ارتباط مستقیم با ضرایب اثرگذاری مودها می‌باشند، تعداد مقادیر تکین غیرصفر، نشان‌دهنده تعداد مودهایی است که پاسخ سامانه را در آن بسامد می‌سازند و قله‌های اولین مقدار تکین سامانه، معادل با بسامدهای طبیعی سامانه خواهند بود. از طرف دیگر بردارهای تکین متناظر با قله‌های اولین مقادیر تکین، بردارهای شکل مود سامانه را تقریب می‌زنند.

۴- الگوی اجزاء محدود

جدول ۱ مشخصات هندسی و دینامیکی جزءها و جدول ۲ مشخصات جرم‌های متمرکز در الگو را نشان می‌دهند. شکل ۱ الگوی اجزاء محدود محور دوار با استفاده از اجزاء تیر تیموشنکو را نشان می‌دهد. الگو از ۲۲ جزء تیر تشکیل شده است. قرص گردا با استفاده از دو جزء تیر بزرگ با چگالی صفر الگو شده است. خصوصیات لختی گردا با استفاده از یک جرم متمرکز در گره ۴ تعریف شده‌اند. قرص پروانه با استفاده از دو جزء تیر بدون جرم و یک جرم متمرکز در گره ۲۱ تعریف شده است. به منظور شبیه‌سازی یاتاقان‌ها از دو فنر در گره‌های ۶ و ۱۸ استفاده شده است. مقادیر سختی فنرها در حالت تحلیل در حالت آزاد مقادیر بسیار کمی در نظر گرفته شده‌اند تا با واقعیت شرایط مرزی آزاد متناسب باشد. اما در حالت تحلیل با در نظر گرفتن شرایط مرزی، مقادیر آن‌ها مقادیر زیادی در نظر گرفته شده‌اند تا سفتی مناسبی حاصل شود. هر گره در الگو دارای ۴ درجه آزادی است. این درجات آزادی شامل درجات آزادی انتقالی و چرخشی حول محورهای گرهی می‌شوند. به عبارت دیگر، الگو در کل دارای ۹۲ درجه آزادی است.

جدول ۱ مشخصات هندسی و دینامیکی جزءها

شماره جزء	۱	۲	۳	۴	۵	۶
$d_o(mm)$	۷	۷	۵۳	۵۳	۱۲	۱۲
$l(mm)$	۷۰۱	۷۰۱	۵۰۳	۵۰۴	۵	۶۰۱
$\rho(kg/m^3)$	۲۷۷۰	۲۷۷۰	۰	۰	۲۷۷۰	۲۷۷۰
$E(GPa)$	۷۲	۷۲	۲۰۰	۲۰۰	۷۲	۷۲
شماره جزء	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
$d_o(mm)$	۱۳۰۲	۱۴۰۴	۱۵۰۸	۱۷	۱۸	۱۸
$l(mm)$	۶۰۸	۶۰۹	۶۰۹	۷۰۲	۱۰	۱۰
$\rho(kg/m^3)$	۲۷۷۰	۲۷۷۰	۲۷۷۰	۲۷۷۰	۲۷۷۰	۲۷۷۰
$E(GPa)$	۷۲	۷۲	۷۲	۷۲	۷۲	۷۲
شماره جزء	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸
$d_o(mm)$	۱۸	۱۸	۱۶۰۵	۱۵	۱۳۰۶	۱۰
$l(mm)$	۱۰	۱۰	۸۰۴	۸۰۴	۶۰۹	۵۰۷
$\rho(kg/m^3)$	۲۷۷۰	۲۷۷۰	۲۷۷۰	۲۷۷۰	۲۷۷۰	۲۷۷۰
$E(GPa)$	۷۲	۷۲	۷۲	۷۲	۷۲	۷۲
شماره جزء	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲		
$d_o(mm)$	۵۰۵	۶۰	۳۰	۶۰۵		
$l(mm)$	۸	۱۰۰۱	۱۱۰۳	۸		
$\rho(kg/m^3)$	۲۷۷۰	۰	۰	۲۷۷۰		
$E(GPa)$	۷۲	۹۶	۹۶	۷۲		



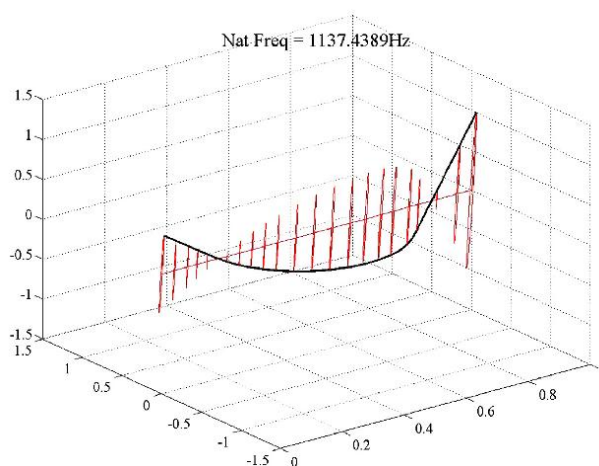
شکل ۱ الگوی اجزاء محدود با استفاده از اجزاء تیر تیموشنکو

جدول ۲ مشخصات جرم‌های متمرکز

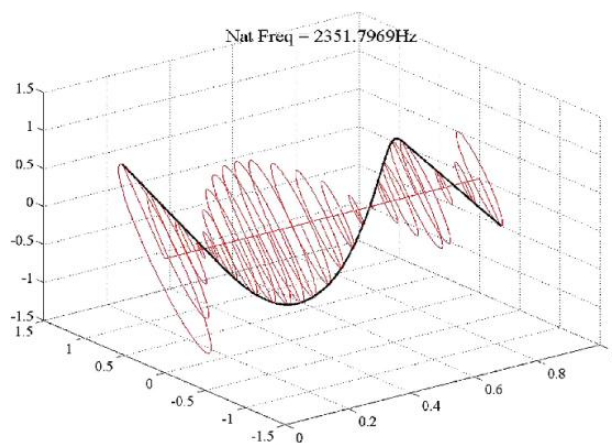
شماره جرم	۱	۲
شماره گره	۴	۲۱
$m(gr)$	۷۴٫۷۹	۸۴٫۴۲
$J_p(kgm^2)$	۰٫۰۰۰۰۲۶۱	۰٫۰۰۰۰۱۹۱
$J_t(kgm^2)$	۰٫۰۰۰۰۱۳۲	۰٫۰۰۰۰۱۲۸

۵- نتایج تحلیل ارتعاشی عددی محور دوار غیر دوار

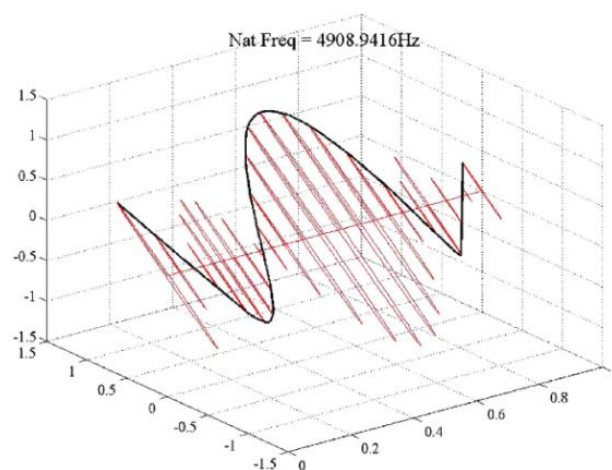
تحلیل ارتعاشی محور دوار در حالت ایستا انجام شده است. شکل‌های ۲ تا ۴ نشان‌دهنده شکل مودهای سه‌بعدی محور دوار هستند. بسامدهای طبیعی اول محور دوار در جدول ۳ ارائه شده‌اند. به دلیل تقارن محوری محور دوار، هر دو بسامد متوالی به هم برابرند.



شکل ۲ شکل مود اول در حالت آزاد



شکل ۳ شکل مود دوم در حالت آزاد



شکل ۴ شکل مود سوم در حالت آزاد

جدول ۳ بسامدهای طبیعی خمشی

شماره مود	بسامد طبیعی (Hz)
۱	۱۱۳۷٫۴۳
۲	۱۱۳۷٫۴۳
۳	۲۳۵۱٫۷۹
۴	۲۳۵۱٫۷۹
۵	۴۹۰۸٫۹۴
۶	۴۹۰۸٫۹۴
۷	۱۰۴۵۵٫۷۳
۸	۱۰۴۵۵٫۷۳

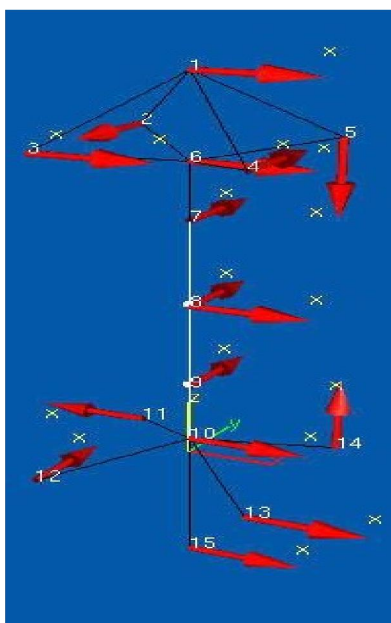
۶- نتایج آزمون ارتعاش سنجی محیطی محور دوار غیر دوار به روش تجزیه بسامدها

در این آزمون، محور دوار به وسیله کش‌های بازگشت‌پذیر آویزان شده است تا شرایط مرزی آزاد ایجاد شود. در آزمون ارتعاش سنجی محیطی نقطه تحریک چکش در تحلیل مهم نیست و فقط به منظور تحریک مودهای مختلف اهمیت دارد. در این آزمون از دستگاه ارتعاش سنج لیزر داپلر نیز به منظور اندازه‌گیری ارتعاشات پره‌های گردا و پروانه و به دست آوردن

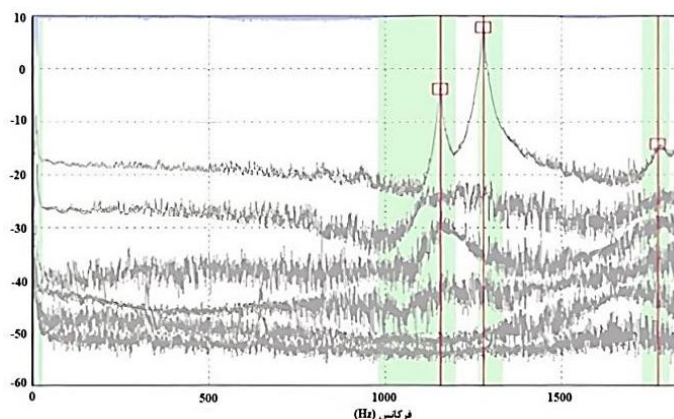
مودهای پیچشی استفاده شده است. شکل ۵ شرایط این آزمون را نشان می‌دهد. نقاط اندازه‌گیری توسط لیزر و حسگرهای شتاب‌سنج در شکل ۷ رسم شده است. نقاط ۷ و ۸ و ۹ و ۵ و ۱۴ در شکل ۶ نقاط اندازه‌گیری با لیزر هستند و بقیه نقاط یعنی نقاط ۱ تا ۴ و ۶ و ۱۰ تا ۱۳ و ۱۵، نقاط اندازه‌گیری با شتاب‌سنج هستند. در شش نقطه از شتاب‌سنج به منظور اندازه‌گیری ارتعاشات استفاده شده است و در هر بار انجام آزمایش، لیزر روی نقطه‌ای از محور دوار گرفته شده است. به طور کلی ۱۵ نقطه اندازه‌گیری در این آزمون وجود دارد که شش نقطه آن‌ها در هر آزمایش، ثابت (نقاط قرارگیری شتاب‌سنج‌ها) و بقیه در هر بار آزمایش متفاوت است. در این آزمون، از روش FDD به منظور به دست آوردن بسامدهای طبیعی استفاده شده است. شکل ۷ نمودار مقادیر تکین طیف چگالی توان پاسخ حاصل از روش FDD را نشان می‌دهد.



شکل ۵ آزمون ارتعاش‌سنجی محیطی محور دوار در حالت آزاد

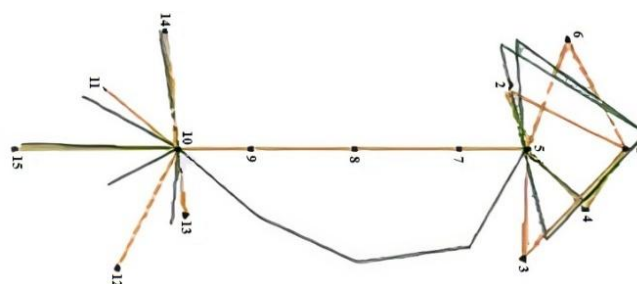


شکل ۶ نقاط اندازه‌گیری در آزمون ارتعاش‌سنجی محیطی



شکل ۷ نمودار مقادیر تکین طیف چگالی توان در حالت آزاد

قله‌های نمودار مقادیر تکین، معادل با بسامدهای طبیعی و بردارهای تکین متناظر با مقادیر تکین قله‌ها، معادل با شکل موده‌های سازه خواهند بود. به‌منظور تحلیل نتایج از نرم‌افزار پالس (Pulse) استفاده شده است. شکل ۸ شکل مود اول محور دوار را نشان می‌دهد. همان‌طور که از شکل مشخص است شکل مود به‌صورت خمشی است. جدول ۴ مقادیر بسامدهای به‌دست‌آمده از این دو روش را نشان می‌دهد.



شکل ۸ شکل مود اول در حالت آزاد به‌دست‌آمده از آزمون ارتعاش‌سنجی محیطی

جدول ۴ بسامدهای طبیعی در حالت آزاد از آزمون ارتعاش‌سنجی محیطی

شماره مود	۱	۲	۳
بسامد طبیعی (Hz)	۱۱۵۵	۱۲۷۸	۱۷۷۲

مقایسه نتایج تجربی حاصل با نتایج عددی در جدول ۵ آورده شده است. با توجه به خطاهای حاصل از تقریب‌های تحلیل عددی و همچنین منابع خطای حاصل از آزمون تجربی، نتایج حاصل از تحلیل عددی قابل قبول است.

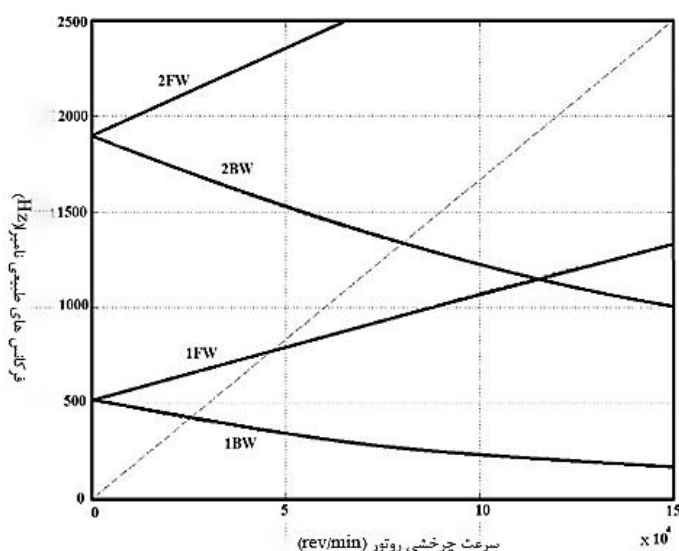
جدول ۵ بسامدهای طبیعی حاصل از تحلیل عددی و آزمون

مود	بسامد طبیعی تحلیل عددی (Hz)	بسامد طبیعی از آزمون (Hz)	اختلاف (%)
۱	۱۱۳۷٫۴۳	۱۱۵۵	۱٫۵۸
۲	۱۱۳۷٫۴۳	۱۲۷۸	۱۲٫۰۴
۳	۲۳۵۱٫۷۹	۱۷۷۲	۲۴٫۶۲

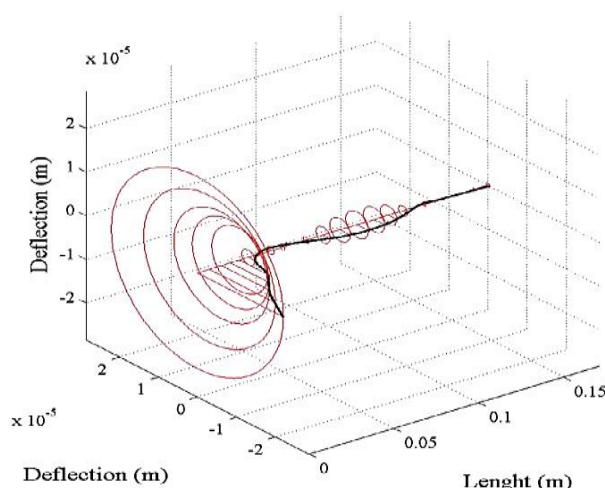
۷- نتایج بررسی دینامیکی محور دوار در شرایط کاری

در این قسمت محدوده سرعت ۰ تا ۱۵۰۰۰ د.د. برای محور دوار در نظر گرفته شده و بسامدهای طبیعی در سرعت‌های مختلف به دست آمده‌اند. نمودار سرعت-بسامد برای این بسامدهای طبیعی رسم شده است و خط تحریک یعنی خط تحریک سنکرون نیز در آن ترسیم شده است. نقاط تقاطع این خط تحریک و خطوط مربوط به بسامدهای طبیعی نقاط خطرناکی هستند که البته فقط نقطه تقاطع خط تحریک با خط حرکت پیش‌رونده مود اول به‌عنوان سرعت بحرانی در نظر گرفته می‌شود. قابل ذکر است که مودهای محاسبه شده مودهای خمشی هستند که البته این به دلیل اینکه جدا بودن حرکات پیچشی و محوری و خمشی محور دوار فرضی منطقی است، مشکلی در به دست آوردن سرعت بحرانی ایجاد نمی‌کند.

شکل ۹ نمودار سرعت-بسامد به دست آمده را نشان می‌دهد. نقاط تقاطع خط تحریک با خطوط بسامد طبیعی در شکل مشخص هستند. سرعت بحرانی نقطه تقاطع وسطی است به دلیل این که در مود پیش‌رونده قرار دارد. همان‌طور که از نمودار مشخص است مودهای بالاتر اصلاً در نمودار ظاهر نمی‌شوند و هیچ تأثیری در محاسبه سرعت‌های بحرانی در این محدوده سرعت ندارند. محدوده سرعت انتخاب شده هم محدوده‌ای است که در خارج از این محدوده هیچ‌گاه در عمل محور دوار دوران نمی‌کند. سرعت‌های مربوط به نقاط تقاطع اول تا سوم به ترتیب ۲۵۰۴۱، ۴۵۸۹۴ و ۷۹۸۷۶ د.د. هستند که سرعت دوم یعنی ۴۵۸۹۴ د.د. همان سرعت بحرانی است. به‌منظور بررسی رفتار محور دوار به‌صورت عملیاتی‌تر و همچنین بررسی صحت سرعت بحرانی به دست آمده، پاسخ سامانه به نامیزانی نیز محاسبه شده است. به اندازه ۱ میکرومتر نامیزانی در جهت x در گردا فرض شده است یعنی این که جرم متمرکز موجود در گره گردا به اندازه ۱ میکرومتر با محور دوران محور دوار در جهت x فاصله دارد که سبب نامیزانی می‌شود. شکل تغییر شکل یافته در حین عملکرد محور دوار به دست آمده در سرعت بحرانی در شکل ۱۰ نشان داده شده است.

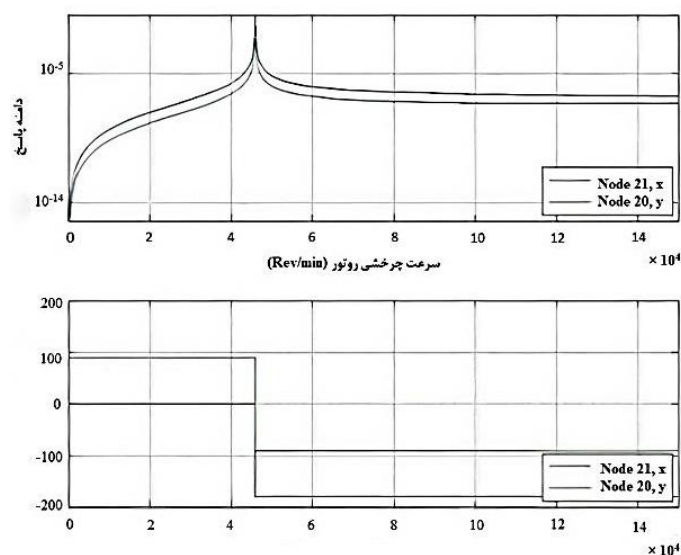


شکل ۹ نمودار کمیل



شکل ۱۰ ODS در مود 1FW (سرعت بحرانی)

همچنین نمودار اندازه ارتعاش در چند گره از جمله گره گردا به نسبت به سرعت دورانی رسم شده است. شکل ۱۱ نشان‌دهنده این نمودار است. اندازه ارتعاش در گره‌های ۲۰ و ۲۱ نسبت به سرعت دورانی رسم شده است. همان‌طور که مشخص است سرعت دورانی که در آن قله وجود دارد، همان سرعت دورانی به دست آمده است که این درست بودن سرعت بحرانی به دست آمده را نشان می‌دهد. همین‌طور در سرعت‌های مربوط به مود اول عقب رونده و دوم عقب رونده یعنی سرعت‌های ۲۵۰۴۱ د.د.د و ۷۹۸۷۶ د.د.د، قله‌ای مشاهده نمی‌شود که این نشان می‌دهد که این دو سرعت، سرعت بحرانی نیستند.



شکل ۱۱ پاسخ به نامیزانی

۸- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، ارتعاشات جانبی محور دوار جهت کاربرد در یک پرخوران در حالت ایستا و در حالت دورانی، به صورت کامل تحلیل عددی و تجربی شد. تحلیل عددی ارتعاشات محور دوار، با استفاده از یک الگوی اجزاء محدود و با استفاده

از اجزاء تیر تیموشنکو انجام شد. در تحلیل عددی، خصوصیات دینامیکی محور دوار در حالت ایستا و دورانی ارزیابی شد. تطابق نتایج عددی و تجربی نشان دهنده دقت تحلیل انجام شده است و نشان می‌دهد که روش ارائه شده در این مقاله قابلیت استفاده در تحلیل عددی ارتعاشات جانبی محور دوار را دارد.

References

- [1] R. Brincker, L. Zhang, P. Andersen, Modal identification of output only systems using frequency domain decomposition, *Smart Materials and Structures*, 10/3 (2001) 441-445, <https://doi.org/10.1088/0964-1726/10/3/303>.
- [2] D.J. Ewins, *Modal Testing: Theory, Practice and Application*, 2nd ed., Research Studies Press, (2000), ISBN: 9780471975182, 0471975184.
- [3] G. Genta, *Dynamics of Rotating Systems*, Springer, (2005), ISBN: 9780387209364, 0387209360.
- [4] E. Brusa, G. Zolfini, Dynamics of multi-body rotors: numerical and experimental FEM analysis of the scientific earth experiment Galileo Galilei Ground, *Meccanica*, 37/3 (2002) 239-254, <https://doi.org/10.1023/A:1020147020815>.
- [5] E. Chatelet, F. D'Ambrosio, G. Jacquet-Richardet, Toward global modelling approaches for dynamic analyses of rotating assemblies of turbomachines, *Journal of Sound and Vibration*, 282/1-2 (2005) 163-178, <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2004.02.035>.
- [6] C. Yang, S. Huang, Coupling vibrations in rotating shaft-disk-blades system, *Journal of Vibrations and Acoustics*, 129/1 (2007) 48-57, <https://doi.org/10.1115/1.2221328>.
- [7] R. Whalley, A. Abdul-Ameer, Contoured shaft and rotor dynamics, *Mechanism and Machine Theory*, 44/4 (2009) 772-783, <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2008.04.010>.
- [8] A. Lazarus, B. Prabel, D. Combescure, A 3D finite element model for the vibration analysis of asymmetric rotating machines, *Journal of Sound and Vibration*, 329/18 (2010) 3780-3797, <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2010.03.029>.
- [9] D. Laxalde, J. Lombard, F. Thouverez, Dynamics of multi-stage bladed disks systems, *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 129/4 (2007) 1058-1064, <https://doi.org/10.1115/1.2747641>.
- [10] D. Laxalde, C. Pierre, Modelling and analysis of multi-stage systems of mistuned bladed disks, *Computers and Structures*, 89/3-4 (2011) 316-324, <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2010.10.020>.
- [11] D. Laxalde, F. Thouverez, J.P. Lombard, Dynamical analysis of multi-stage cyclic structures, *Mechanics Research Communications*, 34/4 (2007) 379-384, <https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2007.02.004>.
- [12] H. Taplak, M. Parlak, Evaluation of gas turbine rotor dynamic analysis using the finite element method, *Measurement*, 45/5 (2012) 1089-1097, <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2012.01.032>.
- [13] G. Creci, J.C. Menezes, J.R. Barbosa, J.A. Corra, Rotor dynamic analysis of a 5-Kilonewton thrust gas turbine by considering bearing dynamics, *Journal of Propulsion and Power*, 27/2 (2011) 330-336, <https://doi.org/10.2514/1.B34104>.
- [14] M.H. Jalali, M. Ghayour, S. Ziaei-Rad, B. Shahriari, Dynamic analysis of high speed rotor-bearing system, *Measurement*, 53 (2014) 1-9, <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2014.03.010>.
- [15] A. Senatore, Measuring the natural frequencies of centrifugally tensioned beam with laser doppler vibrometer, *Measurement*, 39/7 (2006) 628-633, <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2006.01.006>.