



## بررسی اثر انحرافات هندسی بر عملکرد یک کمپرسور جریان شعاعی به کمک محاسبه عدم قطعیت و آنالیز حساسیت

داود الطافی<sup>۱</sup>، محمد مجدم<sup>۲\*</sup>، بهنام قدیمی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران، [d.altafi@mail.sbu.ac.ir](mailto:d.altafi@mail.sbu.ac.ir)

<sup>۲</sup> استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران، [m\\_mojaddam@sbu.ac.ir](mailto:m_mojaddam@sbu.ac.ir)

<sup>۳</sup> استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه زنجان، زنجان، ایران، [b.ghadimi@znu.ac.ir](mailto:b.ghadimi@znu.ac.ir)

\* نویسنده مسئول

### اطلاعات مقاله

### چکیده

تاریخچه مقاله:

دریافت: ۱۵ بهمن ۱۴۰۰

پذیرش: ۲۹ اردیبهشت ۱۴۰۱

کلیدواژه‌ها:

آنالیز حساسیت

پروانه

روش کریگینگ

شبیه‌سازی عددی

عدم قطعیت

کمپرسور جریان شعاعی

عملکرد پروانه شعاعی یک کمپرسور گریز از مرکز به شدت تحت تأثیر عدم قطعیت‌های هندسی آن است. مشخصه‌های هندسی پروانه ممکن است در طول فرایند تولید یا بر اثر کارکرد بلندمدت، دچار تغییرات اندکی شود و در نتیجه منحنی‌های عملکردی کمپرسور را دچار انحراف نسبت به شرایط طراحی نماید. در این پژوهش، با استفاده از آنالیز حساسیت کلی، میزان حساسیت عملکرد نسبت به برخی مشخصه‌های هندسی تعیین می‌شود و به کمک محاسبات عدم قطعیت به روش بازخورد سطح کریگینگ، بازه انحراف عملکرد استخراج می‌شود. بدین منظور در ابتدا، سه دسته بانک اطلاعاتی با تعداد پروانه‌های متفاوت، با مشخصات هندسی منحرف از نمونه اصلی ایجاد شده است. برای هندسه‌های مختلف، شبیه‌سازی جریان در پروانه، به صورت سه‌بعدی و با استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی انجام شده است. یک مدل جایگزین با استفاده از روش کریگینگ برای هر بانک داده، طراحی شده تا بتوان عدم قطعیت را با هزینه محاسباتی کمتری پیش‌بینی نمود. نتایج نشان می‌دهد که در ۹۵٫۵ درصد مواقع، نسبت فشار و بازدهی کل به کل و بازدهی کل به استاتیک، به ترتیب به اندازه ۱٫۸۸، ۱٫۰۳ و ۱٫۵۶ درصد حول مقدار پیش‌بینی شده نوسان خواهند داشت و شعاع خروجی، حساس‌ترین پارامتر هندسی در پروانه مورد بررسی می‌باشد.



تمامی حقوق برای انجمن علمی موتور ایران محفوظ است.

## ۱- مقدمه

کمپرسورهای جریان شعاعی یکی از پرکاربردترین ماشین‌آلات دوار در صنایع مختلف هوایی، خودرویی، نفت و گاز می‌باشد. یکی از مهمترین کاربردهای این ماشین‌ها، استفاده در توربوشارژرها برای پرخورانی موتورهای احتراق داخلی می‌باشد. پرخورانی به معنی رساندن هوای متراکم پرفشار به موتور درون‌سوز است که منجر به افزایش توان و در مواردی کاهش آلاینده‌ی موتور می‌شود [۱-۳]. به دلیل پیچیدگی ساختار جریان در کمپرسورهای جریان شعاعی، پژوهش‌های فراوانی به منظور شناخت، شبیه‌سازی و ارتقای این تجهیزات دوار انجام می‌شود [۴]. کمپرسورهای جریان شعاعی از دو بخش اصلی، قطعات متحرک و ثابت تشکیل می‌شوند. بخش متحرک پروانه یا ایمپلر نام داشته و بخش ثابت می‌تواند شامل پره‌های راهنمای ورودی<sup>۲</sup>، دیفیوزر<sup>۳</sup> پره‌دار و بدون پره و حلزونی<sup>۴</sup> باشد.

عملکرد یک کمپرسور، معمولاً با منحنی عملکردی آن بیان می‌شود [۵]. این منحنی که به صورت نسبت فشار برحسب دبی جرمی و یا بازده آیزنتروپیک برحسب دبی جرمی در سرعت‌های دورانی ثابت ترسیم می‌شود، بهترین ابزار جهت شناسایی کارکرد یک کمپرسور و محدوده عملکردی آن در بازه خفگی<sup>۵</sup> تا سرچ<sup>۶</sup> است. خط سرچ، حداقل دبی را در هر سرعت دورانی مشخص می‌نماید که در آن نقطه با کاهش دبی، عملکرد کمپرسور ناپایدار شده و وارد محدوده سرچ می‌شود. در محدوده سرچ، با کاهش دبی و افزایش فشار در پایین‌دست کمپرسور، فشار استاتیک در تمام مجاری بالادست افزایش می‌یابد و احتمال برگشت جریان به‌وجود می‌آید. با برگشت جریان، فشار مجدد کاهش می‌یابد و جهت جریان تصحیح می‌شود، تکرار این پدیده منجر به ناپایداری عملکرد و توسعه آن منجر به آسیب جدی به ماشین می‌شود. در محدوده خفگی حداکثر مقدار دبی در آن سرعت مشخص، از کمپرسور عبور می‌کند [۶-۸].

با توسعه ابزارهای عددی و الگوریتم‌های دینامیک سیالات محاسباتی، امروزه پیش‌بینی رفتار کمپرسور و استخراج منحنی عملکردی با دقت بسیار بالایی امکان‌پذیر است. با این وجود، دغدغه هزینه محاسباتی برای پژوهش‌گران، همچنان پابرجاست. این موضوع در تخمین عملکرد کمپرسور در اثر تغییرات هندسی اندک، اهمیت بیشتری پیدا می‌کند. یکی از روش‌هایی که در این زمینه می‌تواند کمک‌کننده باشد، روش محاسبه عدم قطعیت است.

عدم قطعیت، به غیرقطعی بودن پدیده‌ها اشاره دارد. عدم قطعیت‌ها، از منابع مختلفی منتج شده و در سیستم مورد بررسی منتشر می‌شوند و در نتیجه،

عملکرد سیستم را غیرقطعی می‌نمایند. عملکرد کمپرسور جریان شعاعی نیز به عنوان مجموعه‌ای متشکل از چندین جزء همواره در گستره‌ای پیش‌بینی نشده قرار دارد. با وجود این‌که اغلب سازندگان در تلاش برای ساخت قطعاتی نزدیک به مقادیر نامی و موردنظر طراح می‌باشند، در مواردی قطعه با مشخصات هندسی متفاوت تولید می‌شود. اطمینان از عملکرد قابل قبول و پایدار کمپرسور و همچنین تأثیر تغییرات هندسی پیش‌بینی نشده، در تأیید یا رد محصول ساخته شده، اهمیت فراوانی دارد. این انحرافات یا تغییرات هندسی، منحنی‌های عملکردی را در گستره‌ای تغییر می‌دهند. اگرچه تخمین دقیق عملکرد نهایی غیرممکن است، اما محاسبه بازه تغییرات عملکرد آن، یعنی بازه تغییرات مشخصه‌های عملکردی که در معرض منابع عدم قطعیت قرار می‌گیرند، امری قابل انجام است. محاسبه این بازه تغییرات، بر محاسبات آماری استوار است و تحت عنوان محاسبه عدم قطعیت شناخته می‌شود.

جاود<sup>۷</sup> و همکارانش [۹]، به بررسی تأثیر خطاهای هندسی بر عملکرد کمپرسور، در طی فرایند تولید پرداختند. آنها با استفاده از روش مونت کارلو، عدم قطعیت‌ها را محاسبه نموده و با استفاده از مدل‌های شبیه‌سازی یک‌بعدی و دوبعدی و بدون مدل جایگزین، عملکرد کمپرسور را تخمین زدند. همچنین با آنالیز حساسیت محلی، مهمترین پارامترهای هندسی تأثیرگذار را شناسایی نمودند. آنها با رسم توزیع احتمالاتی برای خروجی‌های مختلف در بازه تغییرات ورودی‌ها، بیشترین حساسیت عملکردی را برای پارامترهای شعاع ورودی، ضخامت پره و حداقل پره و دیواره<sup>۸</sup> به‌دست آوردند. پانیزا<sup>۹</sup> و همکاران [۱۰] نیز از کدهای یک‌بعدی و دوبعدی برای شبیه‌سازی جریان کمپرسور استفاده کرده و با استفاده از مدل جایگزین از نوع پی‌سی‌ای<sup>۱۰</sup>، آنالیز حساسیت از نوع کلی را به انجام رساندند. آنها نمونه‌برداری را به روش طراحی آزمون<sup>۱۱</sup> به انجام رسانده و دریافته‌اند که هرچه منحنی بازدهی در نقطه طراحی شیب کمتری داشته باشد، حساسیت عملکرد به هندسه کمتر است. کین<sup>۱۲</sup> و جو<sup>۱۳</sup> [۱۱] به بررسی تأثیر عدم قطعیت ناشی از تمیز نبودن مسیر عبور جریان در پروانه کمپرسور پرداخته و اعلام نمودند که حساسیت عملکرد کمپرسور با پره‌های آلوده در دبی‌های پایین، بیشتر از دبی‌های بالاست. آنها از روش اس‌وی‌آر<sup>۱۴</sup> به عنوان مدل جایگزین، از مونت کارلو برای محاسبه عدم قطعیت و از روشی بر پایه یک رابطه ریاضی برای نمونه‌برداری استفاده نمودند و آنالیز حساسیت را به صورت محلی انجام دادند. جاود و همکاران [۱۲] نیز پژوهشی را به چاپ رساندند که در آن از نتایج عدم قطعیت برای بهینه‌سازی کاهش حساسیت استفاده شده بود. آنها از

7 Javed

8 Tip clearance

9 Panizza

10 Polynomial chaos expansion

11 Design of experiment

12 Qin

13 Ju

14 Support Vector Regression (SVR)

1 Impeller

2 Inlet Guide Vane (IGV)

3 Diffuser

4 Volute

5 Choke

6 Surge

خروجی، زاویه پره در ورود و خروج و حداقل پره و دیواره) محاسبه نموده‌اند و نتایج آنالیز حساسیت را اعلام داشته‌اند. درحالی‌که گروهی دیگر علاوه بر انجام آنالیز حساسیت و محاسبات عدم قطعیت، از نتایج آنها در الگوریتم‌های بهینه‌سازی بر پایه روش اطمینان‌پذیری و یا کاهش میزان حساسیت<sup>۱۰</sup> استفاده نموده‌اند. طبق اعلام بیر [۱۶]، انواع منابع عدم قطعیت در چهار گروه دسته‌بندی می‌شود،

- ۱- عدم قطعیت‌های ناشی از تغییرات شرایط مرزی
- ۲- عدم قطعیت‌های ناشی از تلورانس‌های هندسی
- ۳- عدم قطعیت‌های ناشی از خطای مدل مفسر یا ابزار اندازه‌گیری
- ۴- عدم قطعیت‌های مربوط به عدم تحقق محدودیت‌هایی که متغیرهای طراحی ملزم به تبعیت از آنها می‌باشند.

این پژوهش درصدد است تا با تحلیل عددی سه‌بعدی جریان، به بررسی منابع عدم قطعیت از دسته دوم بپردازد و حساس‌ترین پارامتر هندسی را در نقطه طراحی، برای پروانه تعیین نماید. بدین منظور، ابتدا پارامترهای مهم هندسی تعیین و بازه تلورانسی آنها انتخاب شده است. سپس با استفاده از روش نمونه‌برداری ابر مکعب لاتین، سه بانک داده از پروانه‌های با مشخصات هندسی منحرف از نمونه اصلی تشکیل شده است. در مرحله بعد، شبیه‌سازی سه‌بعدی جریان مخصوص هر بانک داده به انجام رسیده و مدلی جایگزین برای هر بانک طراحی شده است. تعداد ۱۱۲ پروانه به عنوان بانک داده‌ای با دقیق‌ترین مدل جایگزین انتخاب شده و نتایج آن برای آنالیز عدم قطعیت و آنالیز حساسیت کلی به کار گرفته شده است.

## ۲- آنالیز عدم قطعیت

یکی از پرکاربردترین روش‌های محاسبه عدم قطعیت، روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو می‌باشد [۱۷ و ۱۸]. این روش تلاش می‌کند تا با انتخاب تصادفی ورودی‌ها، به گستره یکنواختی از خروجی‌های موردعلاقه دست یافته و بازه تغییرات را تخمین بزند. روش مونت‌کارلو در حقیقت با تکیه بر روابط احتمالاتی و تکرار زیاد، به توزیع خروجی‌های موردعلاقه دست می‌یابد. جزییات این روش در [۱۷] آمده است. با این‌که این روش از مزیت ارتباط مستقیم میان ورودی‌ها و خروجی‌ها بهره‌مند است، دو ایراد در بررسی مسایل پیچیده بر آن وارد می‌باشد. ایراد اول، عدم دقت کافی نتایج در تعدادهای پایین تکرار است. ایراد دوم طبق گفته ره<sup>۱۱</sup> و بلی<sup>۱۲</sup> [۱۹]، هنگامی پدیدار می‌شود که عدم قطعیت‌های ناشی از تلورانس‌های هندسی موردبحث باشد. در این شرایط، تغییرات شبکه محاسباتی برای هر عضو از فضای نمونه، خطایی غیرقابل محاسبه را به روش مونت‌کارلو تحمیل می‌کند. منبع این خطا، تغییر محلی تراکم گره‌های محاسباتی در دامنه حل می‌باشد. برای کاهش خطای حاصل از شبکه و هزینه

روش کریگینگ، به عنوان مدل جایگزین و از روش نمونه‌برداری ال‌اچ‌اس<sup>۱</sup> بهره جستند. آنالیز حساسیت را به صورت کلی انجام داده و اعلام نمودند که حداقل پره و دیواره، ضخامت پره و شعاع ورودی، حساس‌ترین بخش‌های عملکردی کمپرسور هستند. به‌واسطه بهینه‌سازی کاهش حساسیت، حساسیت نسبت فشار و بازدهی، به ترتیب به مقدار ۴۰ و ۲۵ درصد کاهش یافت. تانگ<sup>۲</sup> و وانگ<sup>۳</sup> [۱۳] نیز با استفاده از روش جاود و همکاران، با به‌کارگیری الگوریتم بهینه‌سازی کاهش حساسیت، توانستند حساسیت نسبت فشار را به مقدار ۱۴ درصد و بازدهی را به اندازه ۲,۹ درصد کاهش دهند. آنها با آنالیز حساسیت کلی اعلام نمودند که حداقل پره و دیواره و زوایای بتای پره در ورود و خروج حساس‌ترین پارامترهای عملکردی می‌باشند. لی<sup>۴</sup> و همکاران [۱۴] با استفاده از یک شبکه عصبی، به عنوان مدل جایگزین و روش نمونه‌برداری طراحی آزمون<sup>۵</sup>، بدون انجام آنالیز حساسیت، پروانه کمپرسور را از نظر احتمال وقوع ناپایداری ارتقا داده و توانستند احتمال وقوع پدیده استال را از ۴۳ درصد به ۵ درصد کاهش دهند و ۴ درصد بازدهی را بیشتر و تقریباً ۱۸ درصد وزن محصول را کم کنند. آنها از الگوریتم بهینه‌سازی بر پایه روش اطمینان‌پذیری<sup>۶</sup> استفاده نمودند. گاو<sup>۷</sup> و ما<sup>۸</sup> [۱۵]، مقایسه‌ای میان دو روش پی‌سی‌ای و کریگینگ به عنوان الگوریتم‌های معماری مدل جایگزین انجام دادند. آنها این مقایسه را در الگوریتم بهینه‌سازی کاهش حساسیت موردبررسی قرار داده و دریافتند که روش کریگینگ، در مقایسه با روش پی‌سی‌ای کارآمدتر است، اما ترکیب دو روش از هر یک به‌تنهایی عملکرد بهتری دارد. آنها آنالیز حساسیت را به صورت کلی اجرا نموده و از روش ال‌اچ‌اس برای نمونه‌برداری بهره جستند.

اغلب پژوهش‌گران در نتایج خود اعلام داشته‌اند که حداقل پره و دیواره محفظه حلزونی، زوایای ورودی و خروجی پره، همچنین ضخامت‌ها در مقاطع مختلف، از مهمترین مشخصه‌های هندسی پروانه در عملکرد کمپرسور می‌باشند. با بررسی پیشینه، می‌توان دریافت که روش کلی محاسبه عدم قطعیت در میان مطالعات ثابت بوده اما در انتخاب انواع روش‌های نمونه‌برداری، آنالیز حساسیت و معماری مدل جایگزین، پژوهش‌ها با هم متفاوت است. به طور کلی پژوهشگران در دو دسته کلی مفهوم عدم قطعیت را در زمینه کمپرسور جریان شعاعی به کار بسته‌اند. گروهی مقدار واریانس<sup>۹</sup> خروجی‌های موردعلاقه (مانند نسبت فشار، بازدهی، عدد جریان، بارگذاری) را به دلیل ورودی‌های غیرقطعی هندسی (مانند شعاع‌های ورودی و

<sup>1</sup> Latin hypercube sampling (LHS)

<sup>2</sup> Tang

<sup>3</sup> Wang

<sup>4</sup> Lee

<sup>5</sup> Design of experiment sampling

<sup>6</sup> Reliability based-design optimization

<sup>7</sup> Gao

<sup>8</sup> Ma

<sup>9</sup> Variance

<sup>10</sup> Robust Optimization

<sup>11</sup> Reh

<sup>12</sup> Beley

این روش در مقایسه با سایر روش‌های نمونه‌برداری، به دلیل پوشش مناسب بازه با تعداد کم نمونه‌ها، از محبوبیت بیشتری به‌ویژه در زمینه بهینه‌سازی‌های چندهدفه برخوردار است [۲۲ و ۲۳]. روش پیاده‌سازی این نوع از نمونه‌برداری در [۲۴] آمده است.

## ۲-۲- محاسبات عدم قطعیت - روش بازخورد سطح بر پایه کریگینگ

روش بازخورد سطح، جهت تخمین پراکندگی داده‌های حاوی خطا استفاده می‌شود. این روش که در موارد بسیاری به منظور محاسبه عدم قطعیت استفاده شده است، تخمینی با استفاده از منحنی‌های چندجمله‌ای ایجاد می‌کند [۲۵]. استفاده از روش بازخورد سطح در مواردی مانند عملکرد کمپرسور که معادلات حاکم بر سیستم مورد بررسی دارای طبیعتی غیرخطی است، دقت لازم را ندارد. دلیل چنین ضعف عملکردی، ناتوانی این روش در تخمین منحنی‌های مرتبه بالا عنوان شده است. جهت رفع این ایراد، روش محاسباتی تخمین چندجمله‌های مرتبه بالا در بازخورد سطح، با روش تخمین احتمالاتی کریگینگ جایگزین شده است [۲۶-۲۸].

ایده اصلی روش کریگینگ، پیش‌بینی مقدار تابع در یک نقطه معین با محاسبه میانگین وزنی مقادیر شناخته شده تابع، در همسایگی نقاط است. به طور کلی، عملکرد این روش را این‌گونه می‌توان تشریح کرد که از حاصل جمع دو مؤلفه اصلی حاصل می‌شود. یکی روند تغییرات میانی نتایج در آن محل خاص که بر اساس توابعی نامعین به دست می‌آید و دیگری، خطای تصادفی با میانگین صفر و توزیع گاوسی در نقطه مورد بررسی. کریگینگ به عنوان یک مدل جایگزین، به طور کلی تلاش می‌کند تا اگر ماتریس  $x_i$  با تعداد  $m$  عضو و ماتریس خروجی‌های موردعلاقه  $y$  با  $m$  عضو مشاهده شده باشند، ابتدا ارتباط میان آن دو را فهم کرده، سپس مقدار خروجی موردعلاقه  $\hat{y}$  را برای بردار ورودی جدید  $\hat{x}$  تخمین بزنند. در صورتی که  $n$  پارامتر ورودی بر خروجی موردعلاقه تأثیر گذارد، بردار نقاط نمونه  $x$  در فضایی  $n$  بعدی قرار خواهد گرفت.

$$x = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_m]^T$$

$$x_i \in R^n$$

$$y = [y_{x_1}, y_{x_2}, y_{x_3}, \dots, y_{x_m}]^T$$

فهم ارتباط اولیه، تحت عنوان آموزش مدل جایگزین شناخته شده و دارای اهمیت بسیاری است. حجم فضای نمونه آموزش، دقت حل محاسباتی حلگر، شبکه‌بندی دامنه، همه از مواردی است که بر دقت مدل جایگزین تأثیرگذار خواهد بود. ساختار مدل جایگزین کریگینگ با رابطه ۱ نشان داده می‌شود.

$$y = FB + Z \quad (1)$$

در رابطه ۱، جمله  $FB$  حاصل ضرب دو ماتریس  $F$  و  $B$  بوده و روند تغییرات میانی پراکندگی را تعیین می‌کند. همچنین در این رابطه،  $Z$  به عنوان خطای تصادفی مدل، نشانگر اختلاف میان خروجی واقعی (نتیجه حلگر) و خروجی تخمینی (نتیجه مدل جایگزین) می‌باشد.  $F$  یک

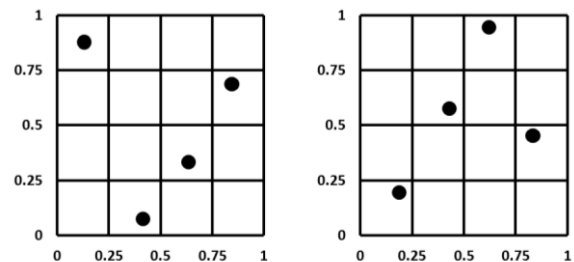
محاسباتی کمتر، استفاده از روش بازخورد سطح به جای روش مونت کارلو پیشنهاد شده است [۱۹].

پیش از پرداختن به محاسبات و آنالیز عدم قطعیت، تهیه بانک داده‌ای که بتوان عدم قطعیت را در آن بررسی کرد، الزامی است. این بانک داده به دو بخش فضای نمونه ورودی‌ها و فضای نمونه خروجی‌های موردعلاقه تقسیم می‌شود. در تهیه این بانک داده، تعیین درست پارامترهای مؤثر، حجم فضاهای نمونه، دقت محاسبه مدل اصلی، بازه تغییرات ورودی‌های غیرقطعی و انتخاب توزیع حاکم بر ورودی‌ها دارای اهمیت است.

تهیه فضای نمونه ورودی‌ها، با تعیین پارامترهای ورودی غیرقطعی و بازه تغییرات احتمالی آنها آغاز می‌شود. به طور مثال، در مطالعه حاضر، بانک داده پارامترهای ورودی، مشخصه‌های هندسی پروانه می‌باشد که هر یک با فرض خطای تولید، مقادیر مختلفی در بازه تلورانس‌ی از پیش تعیین شده به خود اختصاص می‌دهند. در حقیقت، با نمونه‌برداری در بازه‌های تلورانس‌ی و طراحی چندین پروانه، فضای نمونه ورودی‌ها ایجاد می‌شود. با تعریف فضای نمونه ورودی‌ها به حلگر سه‌بعدی جریان و انجام شبیه‌سازی‌های لازم، فضای نمونه خروجی‌های موردعلاقه نیز تشکیل می‌شود.

## ۲-۱- نمونه‌برداری - روش اَبَر مکعب لاتین

برای تشکیل فضای نمونه ورودی‌ها در بازه‌های از پیش تعیین شده، می‌توان از الگوریتم‌های متفاوتی استفاده نمود. روشی که به اَبَر مکعب لاتین یا به اختصار ال‌اچ‌اس معروف است، از مجموعه روش‌های نمونه‌برداری طراحی آزمون می‌باشد. این روش در سال ۱۹۷۵ جهت کاهش هزینه محاسباتی روش مونت کارلو توسط کانور ابداع شد [۲۰]. در روش ال‌اچ‌اس، نمونه‌ها روی محورهای یک فضای چندبعدی به صورت یکپارچه توزیع می‌شوند و هر پارامتر معادل یک بعد فرض می‌شود. فضای پارامترهای ورودی به صورت شبکه‌های منظمی تنظیم شده و نمونه‌ها به‌گونه‌ای توزیع می‌شوند که در هر مربع تنها یک نمونه قرار گیرد. محل قرارگیری نمونه در مربع‌ها به صورت تصادفی اتخاذ می‌شود [۲۱]. به طور مثال، اگر خروجی موردعلاقه از دو پارامتر ورودی که مابین صفر تا یک تغییر می‌کند، به دست آید، آنگاه برای انتخاب چهار نمونه طبق شکل ۱ می‌توان عمل نمود.



شکل ۱: دو نوع مختلف از نمونه‌برداری به روش LHS

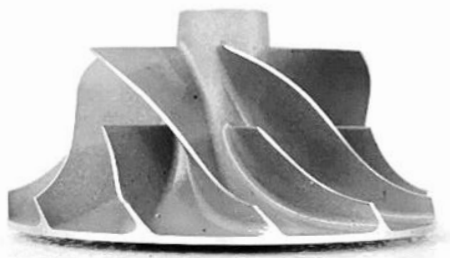
کمک می‌کند [۳۰]. این تحلیل به دو روش محلی و کلی قابل انجام است [۲۲]. در آنالیز حساسیت محلی، مقدار تغییرات خروجی نسبت به تغییر در مقدار یک ورودی محاسبه شده و تأثیر یک ورودی بر خروجی، مستقل از سایر پارامترها مورد بررسی قرار می‌گیرد. درحالی‌که در نوع کلی، محاسبات بر پایه انواع روش‌های احتمالاتی استوار بوده و تأثیر یک پارامتر ورودی در حضور تأثیر تمام ورودی‌ها تحلیل می‌شود. از روش‌های احتمالاتی که محاسبات را به صورت کلی به انجام می‌رساند، می‌توان به روش ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن اشاره نمود [۳۱]. این روش با محاسبه ضریب  $r_s$  میزان تأثیر هر ورودی را بر خروجی موردعلاقه، در حضور تأثیر سایر ورودی‌ها تعیین می‌نماید. این ضریب از رابطه ۱۰ محاسبه می‌شود.

$$r_s = 1 - \frac{6 \left[ \sum_{i=1}^n (Ra_{y_i} - Ra_{x_i})^2 \right]^2}{m(m^2 - 1)} \quad (10)$$

در این رابطه،  $n$  تعداد داده‌های هر پارامتر،  $Ra_{x_i}$  رتبه ورودی در مجموعه ورودی‌ها و  $Ra_{y_i}$  رتبه خروجی در مجموعه خروجی‌های موردعلاقه است. این رتبه‌بندی برای هر دو مجموعه ورودی‌ها و خروجی‌ها، بر اساس بزرگی مقدار در هر یک از مجموعه‌ها صورت می‌پذیرد. به طوری که بیشترین مقدار در هر مجموعه رتبه ۱ و کمترین مقدار رتبه  $n$  را به خود اختصاص می‌دهد. پس از رتبه‌بندی و انجام محاسبه، مقدار  $r_s$  بایستی در بازه ۱ تا -۱ به دست آید. اندازه  $r_s$  مقدار تأثیر ورودی بر خروجی را تعیین کرده و علامت آن جهت تغییرات را نشان می‌دهد. در صورتی که علامت منفی باشد، یعنی تغییرات مقداری پارامتر ورودی، در تضاد با تغییرات خروجی مدنظر است و اگر علامت مثبت باشد یعنی تغییرات پارامتر ورودی و خروجی در یک راستا صورت می‌پذیرد. جزئیات بیشتر این روش را می‌توان از [۳۲ و ۳۳] دنبال نمود.

### ۳- روش محاسبه عددی

برای آنالیز عدم قطعیت، با استفاده از فضای نمونه ورودی‌ها، سه بانک داده با حجم متفاوت شامل ۴۵، ۷۵ و ۱۱۲ پروانه ایجاد شد و شبیه‌سازی برای هر کدام انجام پذیرفت. هندسه اولیه مربوط به پروانه کمپرسور یک توربوشارژر است. این توربوشارژر مورد استفاده برای یک موتور شهری چهار سیلندر با حجم موتور ۱۷۰۰ سی‌سی می‌باشد. پروانه این کمپرسور در شکل ۲ ملاحظه می‌شود.



شکل ۲: پروانه کمپرسور مورد بررسی

ماتریس  $m \times k$  است که حاوی تمام چندجمله‌ای‌های پایه می‌باشد. در این رابطه،  $B$  بردار ضرایب توزیع برای چندجمله‌ای‌ها است.

$$F = [f_k(x_i)] \quad (2)$$

$$B = [B_1 \ B_2 \ \dots \ B_k]^T \quad (3)$$

در مدل کریگینگ، انحراف، مطابق رابطه ۴ تعریف می‌شود.

$$Z = [Z_{x_1} \cdot Z_{x_2} \cdot Z_{x_3} \cdot \dots \cdot Z_{x_m}]^T \quad (4)$$

برای تعیین ارتباط خروجی‌های موردعلاقه با ورودی‌ها، باید رابطه‌ای میان ورودی‌ها و مقدار واریانس خروجی برقرار باشد. این ارتباط در رابطه ۵ آورده شده است.

$$Cov(Z(x_i) \cdot Z(x_j)) = \sigma^2 R[\theta, x_i, x_j] \quad (5)$$

که در آن  $R$  ماتریسی  $m \times m$  و متقارن می‌باشد که ارتباط فضایی میان خروجی‌ها را، تحت تأثیر دو بردار ورودی  $x_i$  و  $x_j$  و شعاع تأثیر  $\theta$  مشخص می‌کند.

می‌توان مدلی بر پایه توزیع گاوسی<sup>۱</sup> برای محاسبه تابع  $R$  معرفی نمود که در رابطه ۶ آورده شده است. این رابطه بیان می‌کند که با دور شدن درایه‌های دو بردار ورودی  $x_i$  و  $x_j$  از هم، ضریب  $R$  به صورت نمایی کاهش خواهد یافت.

$$R(\theta, x_i, x_j) = \prod_{l=1}^n \exp(-\theta_l (x_{i,l} - x_{j,l})^2) \quad (6)$$

در معادله ۶  $\theta_l$  به عنوان شعاع تأثیر درایه  $l$  ام بردارهای ورودی شناخته شده و در یک فرایند بهینه‌سازی محاسبه می‌شود. جزئیات این بهینه‌سازی در [۲۹] آورده شده است. پس از محاسبه  $\theta$ ، میزان تأثیر بردارهای ورودی بر یکدیگر محاسبه شده و تخمین مدل، طبق رابطه ۷ امکان‌پذیر خواهد بود.

$$\hat{y} = f(\hat{x})^T \hat{B} + r(\hat{x})^T R^{-1}(y - F\hat{B}) \quad (7)$$

در رابطه ۷،  $r(x)$  بردار همبستگی متقابل بین نقطه پیش‌بینی شده  $\hat{x}$  و هر یک از مشاهدات قبلی بوده و  $\hat{B}$  فرم محاسبه شده  $B$  با استفاده از روش تعمیم‌یافته کمترین مربعات<sup>۲</sup> می‌باشد.

$$\hat{B} = (F^T R^{-1} F)^{-1} F^T R^{-1} y \quad (8)$$

$$r(x) = r[R(\theta, \hat{x}, x_j)] \\ = [R(\theta, \hat{x}, x_1) R(\theta, \hat{x}, x_2) \dots R(\theta, \hat{x}, x_m)] \quad (9)$$

## ۳-۲- آنالیز حساسیت کلی - ضریب همبستگی رتبه‌ای

### اسپیرمن

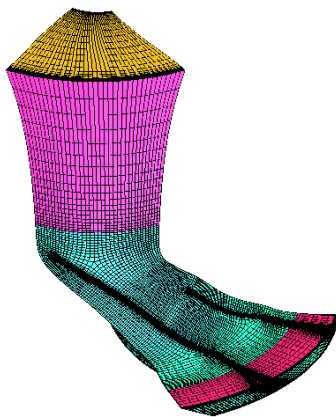
برای بررسی میزان اهمیت پارامترهای ورودی و تأثیر آنها بر مقادیر خروجی، تحلیلی به نام آنالیز حساسیت صورت می‌گیرد. نتایج آنالیز حساسیت، آشکار می‌سازد که کدام پارامتر ورودی بیشترین و کدام یک کمترین تأثیر را بر خروجی موردعلاقه می‌گذارد و از این نظر به انتخاب صحیح ورودی‌ها برای محاسبات عدم قطعیت و بهینه‌سازی‌های بعدی

<sup>1</sup> Gaussian distribution

<sup>2</sup> Generalized Least Square (GLS) method

گسسته‌سازی می‌کند. در این روش کیفیت حل متغیر بوده و مرتبه گسسته‌سازی حداقل امکان بالا در نظر گرفته می‌شود تا در عین کم‌ترین خطای ممکن، از ناپایداری محاسباتی نیز جلوگیری شود. جمله دیفیوژن با استفاده از درون‌یابی سه‌خطی و جمله گرادیان فشار با درون‌یابی تک‌خطی محاسبه می‌شوند. همچنین برای مدل‌سازی جمله تنش‌های ویسکوز (جمله آخر رابطه ۱۲)، از مدل SST k- $\omega$  استفاده می‌شود [۳۴].

در این مطالعه، سیال عامل، هوا و به صورت ایده‌آل فرض شده است. فشار و دمای کل به عنوان شرایط مرزی در ورود و دبی جرمی، شرط مرزی در خروج در نظر گرفته شده و از مدل Frozen Rotor در مرزهای مشترک پروانه با بخش خروجی و مجرای ورودی استفاده شده است. شبکه محاسباتی با کیفیت حل  $Y^+$  کمتر از یک در سراسر دامنه تولید شده و اطلاعات آن در جدول ۲ آورده شده است. با فرض تقارن جریان در کل محفظه کمپرسور، مطابق شکل ۴، دامنه محاسباتی به شش مسیر جریان تقسیم شده تا هزینه محاسبات کاهش یابد.



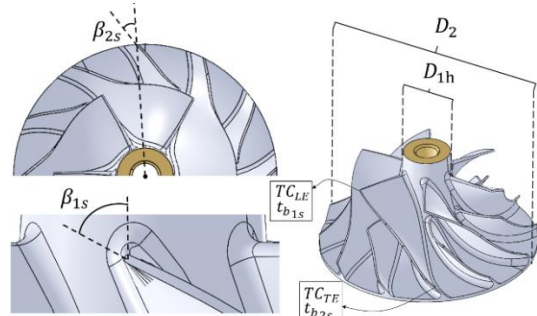
شکل ۴: شبکه محاسباتی

جدول ۲: اطلاعات شبکه محاسباتی

ردیف	نام بخش	نوع شبکه	تعداد سلول
۱	مجرای ورودی پروانه	چهار وجهی	۴۶۳۹۸
۲	پروانه	چهار وجهی	۷۷۲۱۰۷
۳	مجرای خروجی پروانه	چهار وجهی	۹۴۴۴۶

طبق [۳۵]، محاسبات عددی مربوط به مدل‌سازی، حاوی پنج نوع عدم قطعیت می‌باشد؛ ۱- خطای همگرایی تکراری، ۲- خطای گسسته‌سازی، ۳- خطای مدل‌سازی هندسه، ۴- خطای مدل‌سازی توربولانس، ۵- خطای شرایط مرزی (ثابت فرض کردن شرایط مرزی). در این مطالعه جهت کاهش خطاهای فوق، به عدم تأثیرگذاری تراکم گره‌های محاسباتی بر نتایج حل (استقلال حل از شبکه)، مقدار  $Y^+$  متناسب با طبیعت جریان و مدل توربولانسی، گسسته‌سازی به صورت کیفیت بالا با دقت مرتبه دو و معیار همگرایی  $1e-05$  توجه شده است.

برای تولید هندسه پروانه‌ها، پارامترهای هندسی غیرقطعی، مقدار نامی و حدود آنها در جدول ۱ آورده شده و از توزیع گاوسی برای ایجاد بازه یکنواخت داده‌ها استفاده شده است. میزان انحراف از معیار هر یک از پارامترها طبق [۹] انتخاب شده است. شکل ۳ نمایش‌دهنده پارامترهای هندسی پروانه می‌باشد.



شکل ۳: نمایش پارامترهای هندسی

جدول ۱: اطلاعات پارامترهای هندسی حاوی عدم قطعیت

ردیف	پارامتر	واحد	مقدار نامی	انحراف معیار
۱	$\beta_{1s}$	Degree	۶۵,۴۷	۰,۷
۲	$\beta_{2s}$	Degree	۳۳,۳۷	۰,۷
۳	$t_{b1s}$	mm	۰,۳۷۹۷	۰,۰۳
۴	$t_{b2s}$	mm	۰,۴۷	۰,۰۳
۵	$TC_{LE}$	mm	۰,۳	۰,۰۱۵
۶	$TC_{TE}$	mm	۰,۳	۰,۰۱۵
۷	$D_{1h}$	mm	۱۱,۶	۰,۳
۸	$D_2$	mm	۵۰,۹۲	۰,۴

یک حلگر جریان آشفته ویسکوز بر پایه معادلات ناویر استوکس، جهت شبیه‌سازی عددی دینامیک سیال، به صورت پایا و سه‌بعدی استفاده شده است. از روش میانگین‌گیری رینولدز، برای حل معادله بقای اندازه حرکت (رابطه ۱۲) در کنار معادله پیوستگی (رابطه ۱۳) برای استخراج میادین سرعت و فشار استفاده شد. از معادله بقای انرژی (رابطه ۱۴) و معادله حالت (رابطه ۱۵) نیز میدان دما محاسبه می‌شود [۳۴].

$$\text{div}(\bar{\rho} \bar{U}_i \bar{U}_k) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \text{div}(\mu \text{grad} \bar{U}_i) - \text{div}(\bar{\rho} U_i' U_k') \quad (12)$$

$$\text{div}(\bar{\rho} \bar{U}_k) = 0 \quad (13)$$

$$\text{div}(\bar{\rho} i \bar{U}_k) = -\bar{p} \frac{\partial \bar{U}_k}{\partial x_k} + \text{div}(k \text{grad} \bar{T}) + \varphi \quad (14)$$

$$\bar{p} = \bar{\rho} R_g \bar{T} \quad (15)$$

حلگر بر پایه فشار است و نتایج حل و مشخصات سیال را در گره‌ها ذخیره می‌کند. این حلگر، معادلات را به روش کیفیت بالا<sup>۱</sup>

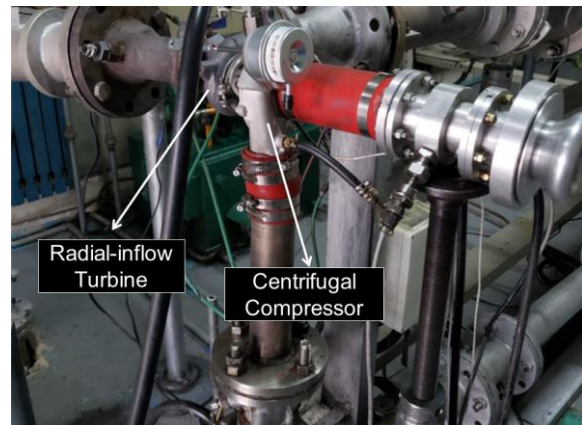
<sup>۱</sup> High Resolution

## ۴- نتایج

### ۴-۱- تحلیل عملکرد

آزمایش تجربی، جهت بررسی عملکرد کمپرسور، در بستر آزمون گرم توربوشارژر که در شکل ۵ نشان داده شده است، به انجام رسید. هدف از انجام این آزمایش استخراج منحنی‌های عملکردی و تعیین حاشیه سرچ و خفگی کمپرسور جریان شعاعی در سرعت‌های دورانی مختلف بوده است. در اتاق آزمون، گاز پرفشار از یک محفظه احتراق خارجی وارد توربین شعاعی<sup>۱</sup> شده و کمپرسور را به چرخش در می‌آورد. سرعت دورانی کمپرسور با مقدار دبی سوخت و شیر هدررو<sup>۲</sup> توربین کنترل می‌شود. یک شیر در انتهای مسیر لوله قرار داده شده تا بتوان به فشارهای بالاتر و همچنین حاشیه سرچ دست یافت. برای تعیین خط سرچ نوسانات شدید دبی در ورودی و خروجی کمپرسور معیار قرار گرفته است.

سنسورهایی جهت خوانش فشار، دما و دبی در فاصله از ورودی و خروجی کمپرسور نصب شده‌اند. برای اندازه‌گیری فشار کل و استاتیک، از فشارسنج دقیق MPM486 و برای دبی جرمی از فلومتر گردابه‌ای<sup>۳</sup> DN80 استفاده شده است. جهت ثبت سرعت دورانی کمپرسور، سرعت‌سنج PICOTURN-BM نصب شده و در هر بار آزمایش نتایج اندازه‌گیری در یک رایانه ذخیره شده است [۳۶].



شکل ۵: بستر آزمون گرم توربوشارژر

شکل ۶، نسبت فشار کل [۳۷] نرمال شده (بی‌بعد شده نسبت به نسبت فشار طراحی) برحسب دبی جرمی تصحیح شده نرمال شده در سرعت دورانی‌های مختلف، منتج از نتایج مدل‌سازی و نتایج آزمون تجربی را نشان می‌دهند. دبی جرمی تصحیح شده برای رسم منحنی‌های عملکردی از رابطه ۱۷ محاسبه شده است [۶].

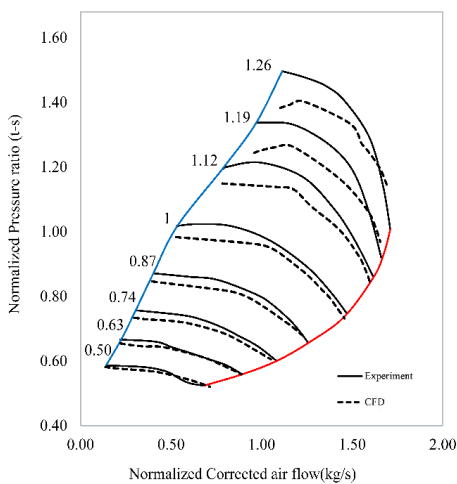
$$\dot{m}_{corr} = \frac{\dot{m} p_a}{p_{01}} \sqrt{\frac{T_{01}}{T_a}} \quad (17)$$

جهت استخراج منحنی‌های عملکردی در فرایند شبیه‌سازی، دبی جرمی

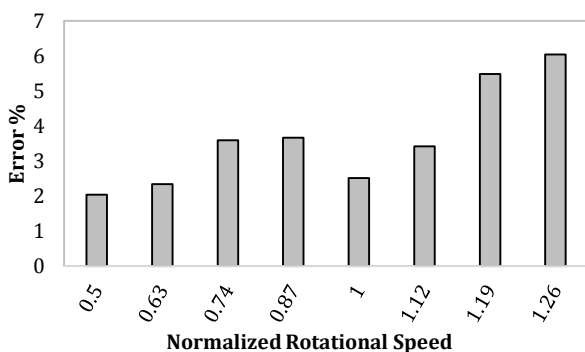
در خروجی کانال دیفیوزر، در نقاط مختلف، بر اساس نتایج تجربی اعمال شده و نسبت فشار از نتایج مدل‌سازی به دست آمده است.

مقادیر متوسط انحراف نتایج عددی از داده‌های تجربی، در شکل ۷ نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که در سرعت‌های دورانی بالا، مقدار انحراف افزایش می‌یابد. از دلایل این افزایش، می‌توان به موارد زیر اشاره کرد،

- ۱- افزایش تأثیر تفاوت‌های هندسی در نمونه ساخته شده و مدل عددی در سرعت‌های بالا
- ۲- افزایش تأثیر زبری سطح و نشست جریان در سرعت‌های بالا
- ۳- کاهش تقارن جریان در پروانه به علت برخورد شدیدتر با دیواره حلزونی (به‌ویژه بخش زبان)
- ۴- کاهش دقت ابزارهای اندازه‌گیری پارامترها با افزایش خطای عدم تقارن و خطای تصادفی



شکل ۶: منحنی‌های عملکردی کمپرسور حاصل از حل عددی و تست تجربی



شکل ۷: انحراف نتایج عددی نسبت به تست تجربی در سرعت‌های دورانی‌های مختلف

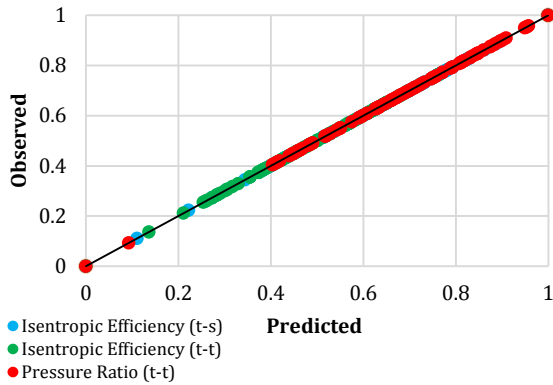
### ۴-۲- نتایج عدم قطعیت و آنالیز حساسیت

از آنجایی که حجم بانک داده، تأثیر زیادی بر عملکرد مدل جایگزین دارد، به منظور دستیابی به دقت لازم، سه بانک داده با تعداد ۴۵، ۷۵ و ۱۱۲ پروانه ایجاد شده است. برای هر بانک به صورت جداگانه مدل

<sup>1</sup> Radial in-flow Turbine

<sup>2</sup> Wastegate

<sup>3</sup> Vortex flowmeter

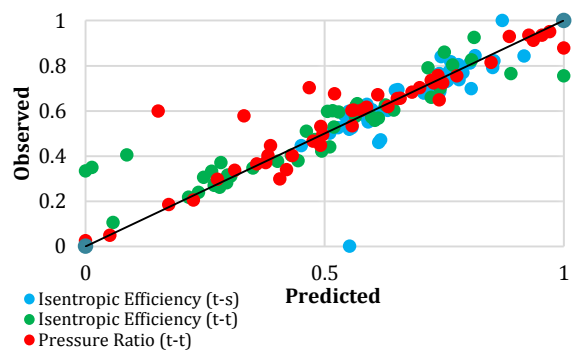


شکل ۱۰: عملکرد مدل جایگزین با تعداد ۱۱۲ مدل پروانه

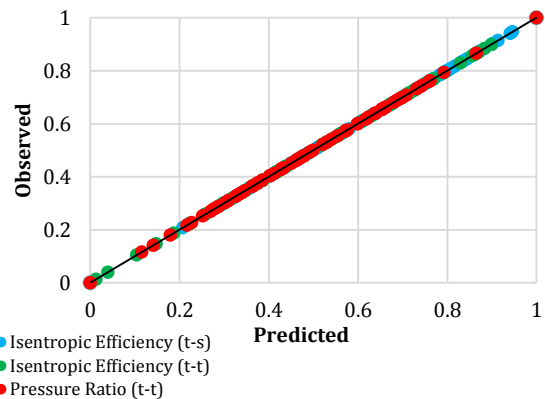
تجزیه و تحلیل حساسیت پارامترهای هندسی به روش ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن در شکل ۱۱ نشان داده شده است. برای تحلیل، سه مشخصه عملکردی کمپرسور، نسبت فشار و بازدهی کل به کل، به همراه بازدهی کل به استاتیک [۳۸]، به عنوان خروجی‌های مورد علاقه انتخاب شده‌اند. دلیل این انتخاب، اهمیت ویژه این پارامترها در تفسیر عملکرد کمپرسور می‌باشد [۳۹]. نتایج آنالیز حساسیت سه خروجی مورد علاقه در شکل ۱۱ نشان داده شده است. هر حلقه نمایانگر نتایج تحلیل حساسیت بر روی یک خروجی مورد علاقه می‌باشد. حلقه درونی، معرف بازدهی کل به کل، حلقه میانی، بازدهی کل به استاتیک و حلقه بیرونی، نسبت فشار کل به کل است. بر روی این شکل، میزان حساسیت (قدرت تأثیر) هر مشخصه هندسی بر خروجی مدنظر به صورت درصد بیان شده است. منفی یا مثبت بودن هر درصد به همسو بودن یا ناهمسو بودن تغییر پارامتر هندسی با تغییر خروجی دلالت دارد. یعنی اگر درصد حساسیت پارامتری منفی باشد بدان معناست که افزایش آن موجب کاهش خروجی تخمین زده شده است.

مطابق شکل ۱۱، ملاحظه می‌شود که در میان سایر پارامترهای مورد بررسی، شعاع خروجی، حساس‌ترین پارامتر هندسی در عملکرد پروانه می‌باشد. سهم شعاع خروجی از میزان حساسیت نسبت فشار کل به کل، کمتر از بازدهی بوده و علامتی مخالف دارد. در مورد شعاع خروجی پروانه، علامت درصد حساسیت نسبت فشار، قرینه درصد حساسیت مربوط به بازدهی است. از این نکته می‌توان دریافت که با افزایش شعاع خروجی، نسبت فشار تمایل به افزایش و بازدهی، تمایل به کاهش دارد. رتبه دوم حساس‌ترین پارامتر برای نسبت فشار و هر دو بازدهی، متعلق به حفاصل پره و دیواره در لبه فرار است. از علامت درصد حساسیت‌ها می‌توان دریافت که کاهش این پارامتر موجب افزایش هر دو خروجی نسبت فشار و بازدهی می‌شود. از شکل ۱۱ می‌توان استنباط کرد که کاهش حفاصل پره و دیواره با کاهش مقدار دبی نشت به بهبود عملکرد پروانه ختم خواهد شد [۴۰ و ۴۱]. برای بازدهی کل به استاتیک و نسبت فشار، شعاع چشمی<sup>۱</sup> و برای بازدهی

جایگزین به روش کریجینگ طراحی شده و عملکرد هر کدام در شکل‌های ۹، ۱۰ و ۱۱ آورده شده است. محور عمودی داده‌های حاصل از شبیه‌سازی عددی و محور افقی، مقادیر تخمین زده شده توسط مدل جایگزین را نشان می‌دهد. هر دو مقدار بر روی محورها به صورت نرمال شده نمایش داده شده است. در این شکل‌ها، عملکرد مدل‌های جایگزین با استفاده از خطی با شیب یک (رسم شده از مبدأ) مورد بررسی قرار می‌گیرد. هرچه پراکندگی داده‌ها (خروجی‌های مورد علاقه) نزدیک‌تر به این خط معیار باشد، بدان معنی است که مقدار تخمینی مدل جایگزین به مقدار حلگر عددی نزدیک‌تر می‌باشد. قابل ذکر است که تشکیل چندین بانک داده و رسم پراکندگی تحت عنوان استقلال مدل جایگزین از حجم بانک داده شناخته شده و باید برای هر هندسه جدید به انجام رسد. تعداد پارامترهای ورودی و ماهیت خطی یا غیر خطی بودن معادلات حاکم، همه از فاکتورهایی است که بر تعداد بانک داده تأثیرگذار است. همان‌طور که در شکل ۸ مشاهده می‌شود، عملکرد مدلی که از حجم ۴۵ پروانه تولید شده، عملکردی ضعیف است. زیرا پراکندگی داده‌ها حول خط معیار، زیاد می‌باشد. این در حالی است که با توجه به شکل‌های ۹ و ۱۰ می‌توان دریافت که در بانک‌های داده با حجم ۷۵ و ۱۱۲، تمرکز داده‌ها بر روی خط معیار بیشتر است. باید اشاره کرد که در بانک‌های با حجم ۷۵ و ۱۱۲ دقت تخمین مدل جایگزین تا  $1e-09$  می‌باشد.



شکل ۸: عملکرد مدل جایگزین با حجم ۴۵ پروانه

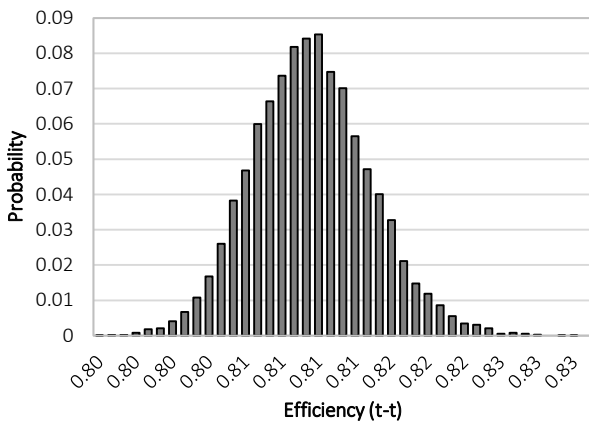


شکل ۹: عملکرد مدل جایگزین با حجم ۷۵ پروانه

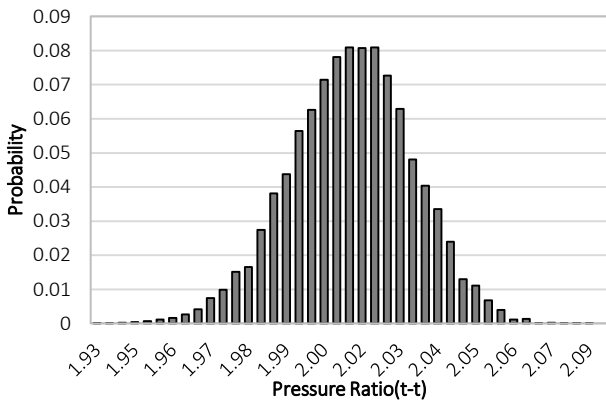
<sup>1</sup> Hub radius



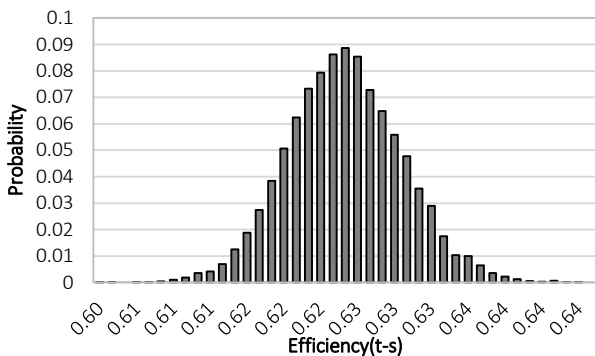
نتایج عدم قطعیت که به واسطه احتمال وقوع مقادیر نشان داده می‌شود، برای سه خروجی موردعلاقه بازدهی کل به کل، نسبت فشار کل به کل و بازدهی کل به استاتیک به ترتیب در شکل‌های ۱۲، ۱۳ و ۱۴ آورده شده است. قابل ذکر است که توزیع احتمالاتی خروجی‌های موردعلاقه، برای تغییرات تمام پارامترهای هندسی به طور همزمان و با توجه به مقدار انحراف از معیار هر یک محاسبه شده است. انحراف هر پارامتر هندسی از مقدار نامی، بر اساس روش نمونه‌برداری اَبَر مکعب لاتین تعیین شده تا حد امکان از همپوشانی تأثیر پارامترها بر هم اجتناب شود.



شکل ۱۲: توزیع بازدهی کل به کل



شکل ۱۳: توزیع نسبت فشار کل به کل

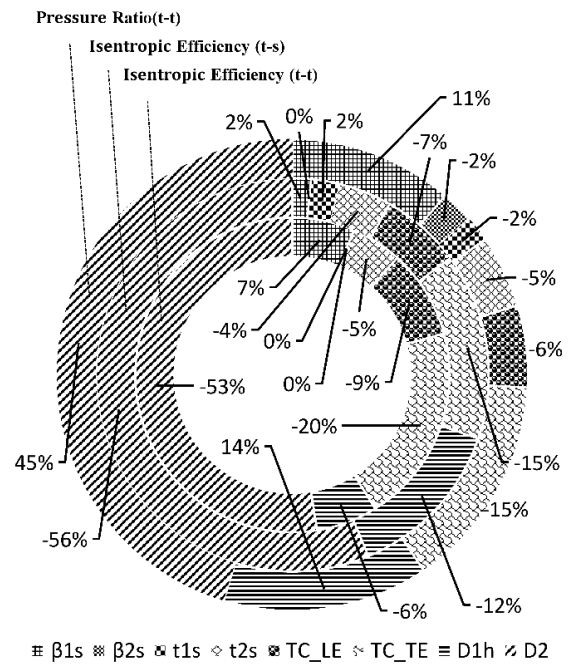


شکل ۱۴: توزیع بازدهی کل به استاتیک

کل به کل، حذف‌های پره و دیواره در ورود، جایگاه سوم حساس‌ترین پارامتر را به خود اختصاص می‌دهند.

در مورد زوایای پره در ورود و خروج، می‌توان مشاهده کرد که در بازه انحراف تعریف شده، تغییرات زاویه خروجی بر بازدهی بی‌تأثیر بوده و نسبت فشار میزان حساسیتی به اندازه ۲ درصد بر روی آن دارد. این در حالی است که زاویه بتای ورودی سهم قابل توجهی به اندازه ۱۱ درصد از حساسیت نسبت فشار را به خود اختصاص می‌دهد.

ملاحظه می‌شود که بازدهی و نسبت فشار، حساسیت کمی نسبت به تغییرات ضخامت در طول خط کمبر پره<sup>۱</sup> از خود نشان می‌دهند. قابل ذکر است تمام ضخامت‌های میان ورود و خروج به صورت خطی تغییر نموده و متکی به مقدار ورود و خروج تعریف شده‌اند. در حقیقت تغییرات تلورانس ضخامت در طول خط کمبر در نظر گرفته شده است. با بررسی کلی شکل ۱۱ قابل برداشت است که به جز زاویه بتای پره در ورودی پروانه، سایر پارامترهای هندسی در خروج حساس تر می‌باشند.



شکل ۱۱: نتایج تحلیل حساسیت کلی

در انتها با اشاره به پژوهش‌های صورت گرفته جهت کاهش حساسیت پارامترهای هندسی [۱۲ و ۴۲-۴۴]، باید یادآور شد که با وجود پارامترهای حساس مشترک در پروانه کمپرسورها، میزان حساسیت و حساس‌ترین پارامتر هر پروانه، منحصر به فرد بوده و غیرقابل تعمیم است. همچنین در این پژوهش، حساسیت‌های تشریح شده ویژه این پروانه، تنها در نقطه طراحی حاوی اعتبار می‌باشند. بنابراین شعاع خروجی را می‌توان حساس‌ترین پارامتر در نقطه طراحی این پروانه خاص دانست.

<sup>1</sup> Blade camber line

به‌طور کلی، از توزیع‌های احتمالاتی استنباط شد که در این بازه‌های انحراف تعریف‌شده برای مشخصه‌های هندسی، طبق معیار  $2\sigma$ ، نسبت فشار و بازدهی کل به کل و بازدهی کل به استاتیک، در ۹۵٫۵ درصد مواقع به ترتیب به اندازه ۱٫۸۸، ۱٫۰۳ و ۱٫۵۶ درصد حول مقدار پیش‌بینی‌شده اولیه نوسان خواهند نمود.

### تشکر و قدردانی

نویسندگان مقاله از شرکت بساتندشار جهت حمایت از این پژوهش با در اختیار قراردادن هندسه کمپرسور و نتایج عملکردی آزمون تجربی آن، کمال تشکر و قدردانی را دارند.

### فهرست علائم

$x$	بردار نقاط نمونه
$y$	بردار خروجی‌های مورد علاقه
$F$	ماتریس چندجمله‌ای‌های پایه
$B$	بردار ضرایب توزیع چند جمله‌های پایه
$Z$	جمله انحراف در مدل کریگینگ
$R$	ماتریس ارتباطات فضایی خروجی‌ها
$R_g$	ثابت گاز (هوا)
$r$	بردار همبستگی متقابل
$f$	تابع پایه
$r_s$	ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن
$Ra$	رتبه اسپیرمن
$t_b$	ضخامت پره، mm
$TC$	حداصل پره و دیواره شروود، mm
$D$	قطر، mm
$u$	سرعت، m/s
$t$	زمان، s
$p$	فشار، Pa
div	دیورژانس
grad	گرادیان
$e$	انرژی درونی، J
$T$	دما، K
$i$	جمله انتالپی

### علائم یونانی

$\beta$	زاویه پره نسبت به جهت محوری، Degree
$\rho$	چگالی، $\text{kg/m}^3$
$\sigma$	انحراف معیار
$\varphi$	تابع استهلاک، $1/s^2$

نتایج عدم‌قطعیت نسبت‌فشار و بازدهی‌ها به‌طور خلاصه در جدول ۳ آمده است. در این جدول، ضمن اشاره به مقدار میانگین هر خروجی، بازه تغییرات هر یک با معیار  $2\sigma$  نشان داده شده است. این معیار بیان می‌کند که به احتمال ۹۵٫۵ درصد، خروجی‌های مد نظر در محدوده مثبت و منفی مقدار دو برابر انحراف معیار از میانگین داده‌ها اتفاق خواهد افتاد [۴۵].

جدول ۳: نتایج آنالیز عدم‌قطعیت

ردیف	مشخصه احتمالاتی	نسبت فشار (کل-کل)	بازدهی (کل-کل)	بازدهی (کل-استاتیک)
۱	میانگین	۲٫۰۱۴	۰٫۸۱۲۱	۰٫۶۲۵
۲	انحراف از معیار	۰٫۰۱۹	۰٫۰۴۲	۰٫۰۴۹
۳	$2\sigma$	$\pm ۰٫۰۳۸$	$\pm ۰٫۰۸۴$	$\pm ۰٫۰۹۸$

از داده‌های جدول ملاحظه می‌شود که با تغییر مقادیر پارامترهای هندسی در گستره انحراف از معیار تعریف‌شده برای هر یک، در ۹۵٫۵ درصد مواقع، نسبت‌فشار در بازه ۱٫۹۷۶ تا ۲٫۰۵۲، بازدهی کل به استاتیک در بازه ۶۱٫۵۲ تا ۶۳٫۴۸ درصد و بازدهی کل به کل در گستره ۸۰٫۳۷ تا ۸۲٫۰۵ درصد تغییر خواهد کرد. در این جدول، مقدار میانگین، محتمل‌ترین مقدار خروجی‌ها را نشان می‌دهد.

### ۵- نتیجه‌گیری

روش بازخورد سطح بر پایه مدل جایگزین کریگینگ، برای محاسبه عدم‌قطعیت‌های منتج از مشخصه‌های هندسی پروانه کمپرسور به کار گرفته شده است. این روش به دلیل ماهیتی محاسباتی، جایگزین مناسبی برای روش احتمالاتی مونت‌کارلو به حساب می‌آید. برای تجزیه و تحلیل حساسیت عملکرد پروانه، از روش ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن استفاده شده و مشخصه‌های عملکردی نسبت‌فشار و بازدهی کل به کل به همراه بازدهی کل به استاتیک به عنوان خروجی‌های مورد علاقه انتخاب شده‌اند. سه دسته بانک‌اطلاعاتی با حجم‌های ۴۵، ۷۵ و ۱۱۲ پروانه ایجاد شد تا از دقت عملکرد مدل جایگزین کریگینگ اطمینان حاصل شود. برای ایجاد فضای نمونه پارامترهای هندسی ورودی، روش نمونه‌برداری آبر مکعب لاتین و برای ایجاد فضای نمونه خروجی‌ها از یک حلگر جریان استفاده شده است. نتیجه نسبت‌فشار حاصل از شبیه‌سازی عددی در هشت منحنی عملکردی، در گستره ۰٫۵ تا ۱٫۲۶ برابر سرعت طراحی، با نتیجه تست تجربی صحه‌گذاری شده است که تطابق خوبی حاصل شد. نتایج آنالیز حساسیت، نشان داد که شعاع خروجی پروانه، حداقل پره و دیواره شروود در خروجی، شعاع هاب یا چشمی، زاویه لبه‌حمله و حداقل پره و دیواره شروود در ورودی به ترتیب حساس‌ترین پارامترهای هندسی پروانه مورد مطالعه می‌باشند. توزیع ضخامت‌های پره در ورود و خروج به عنوان کم‌تأثیرترین پارامترها شناخته شد.

Buijtenen, Effects of Manufacturing Noise on Microturbine Centrifugal Impeller Performance, Journal of engineering for gas turbines and power, Vol. 134, No. 10, 2012.

[10] S. Sankaran, G. Sassanelli, G. Iurisci, and A. Panizza, Performance Uncertainty Quantification for Centrifugal Compressors, Part 2: Flange to Flange Variability, ASME Turbo Expo 2012: Turbine Technical Conference and Exposition, Copenhagen, Denmark, June 11-15, 2012.

[11] R. Qin, Y. Ju, Y. Wang, and C. Zhang, Flow Analysis and Uncertainty Quantification of a 2D Compressor Cascade with Dirty Blades, ASME Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air, June 13-17, Seoul, South Korea, pp. 1-11, 2016.

[12] A. Javed, R. Pecnik and J. P. Van Buijtenen, Optimization of a Centrifugal Compressor Impeller for Robustness to Manufacturing Uncertainties, Journal of engineering for gas turbines and power, Vol. 138, No. 11, pp. 1-12, 2016.

[13] X. Tang, Z. Wang, P. Xiao, R. Peng, and X. Liu, Uncertainty Quantification Based Optimization of Centrifugal Compressor Impeller for Aerodynamic Robustness under Stochastic Operational Conditions, Energy, Vol. 195, p. 116930, 2020.

[14] S. Hong, S. Lee, S. Jun, D. H. Lee, H. Kang, Y. S. Kang and S. S. Yang, Reliability-Based Design Optimization of Axial Compressor Using Uncertainty Model for Stall Margin, Journal of Mechanical Science and Technology, Vol. 25, No. 3, pp. 731-740, 2011.

[15] C. Ma, L. Gao, Y. Cai and R. Li, Robust Optimization Design of Compressor Blade Considering Machining Error, ASME Turbo Expo 2017: Turbomachinery Technical Conference and Exposition, Charlotte, NC, USA, June 26-30, 2017.

[16] H. G. Beyer and B. Sendhoff, Robust Optimization - A Comprehensive Survey, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 196, No. 33-34, pp. 3190-3218, 2007.

[17] R. Ghanem, D. Higdon H. Owhadi, Introduction to Uncertainty Quantification, Springer, 2017.

[18] M. J. Duncan, S. E. Hodge and M. L. Seed, Statistics and Probability, Cambridge University Press, 1973.

[19] S. Reh, J. D. Beley, S. Mukherjee and E. H. Khor, Probabilistic Finite Element Analysis Using ANSYS, Structural Safety, Vol. 28, No. 1-2, pp. 17-43, 2006.

[20] A. M. Johansen, Monte Carlo Methods, International Encyclopedia of Education, Elsevier Science, 2010.

[21] J. Menčík, Latin Hypercube Sampling, Concise Reliability for Engineers, IntechOpen, 2016.

[22] J. Zhang, J. Yin, and R. Wang, Basic Framework and Main Methods of Uncertainty Quantification, Mathematical Problems in Engineering, 2020.

[23] B. Ghadimi, A. Nejat, S. A. Nourbakhsh, and N. Naderi, Multi-Objective Genetic Algorithm Assisted by an Artificial Neural Network Metamodel for Shape Optimization of a Centrifugal Blood Pump, Artificial

## زیر نویس ها

1s	نوک پره در ورود
2s	نوک پره در خروج
LE	لبه حمله
TE	لبه فرار
h1	ورودی هاب
2	خروجی پروانه
a	شرایط استاتیک محیط
0	شرایط سکون ورودی
corr	اصلاح شده

## بالا نویس ها

-	میانگین اسکالر
'	خاصیت نوسانی
~	میانگین بردار

## مراجع و منابع

- [1] N. Watson and M. Janota, Turbocharging the Internal Combustion Engine, Macmillan International Higher Education, 1982.
- [2] C. Silva, M. Ross, and T. Farias, Analysis and Simulation of Low-Cost Strategies to Reduce Fuel Consumption and Emissions in Conventional Gasoline Light-Duty Vehicles, Energy Conversion and Management, Vol. 50, No. 2, pp. 215-222, 2009.
- [3] M. Momeni Movahed, H. Basirat Tabrizi, and M. Mirsalim, Experimental Investigation of the Concomitant Injection of Gasoline and CNG in a Turbocharged Spark Ignition Engine, Energy Conversion and Management, Vol. 80, pp. 126-136, 2014.
- [4] F. Zhang and R. Baar, 3D-CFD-Study of Aerodynamic Losses in Compressor Impellers, SAE International Journal of Commercial Vehicles, Vol. 11, No. 3, pp. 2-11, 2018.
- [5] A.A. Doustmohammadi, A. Hajilouybenisi, and M. Mojaddam, Experimental & Numerical Investigation of Losses in Centrifugal Compressor Components, ASME Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air, San Antonio, TX, USA, June 3-7, 2013.
- [6] S.L. Dixon and C. Hall, Fluid mechanics and thermodynamics of turbomachinery, Butterworth-Heinemann, 2013.
- [7] M. Kulak, F. Grapow and G. Liśkiewicz, Numerical Analysis of Centrifugal Compressor Operating in Near-Surge Conditions, Journal of Physics: Conference Series, Vol. 1101, No. 1, p. 012017, 2018.
- [8] R. McMullen and Y. Pino, Conditioning Turbocharger Compressor Map Data for Use in Engine Performance Simulation, SAE International Journal of Engines, Vol. 11, No. 4, pp. 491-507, 2018.
- [9] A. Javed, R. Pecnik, M. Olivero and J.P. Van

- [36] D. Altafi, M. Mojaddam, S. Javadi, and M. Mohammadi, Entropy Generation Analysis of a Turbocharger Centrifugal Compressor in the Range Surge to Choke, 12th Annual International Conference on IC Engines & Oil (ICICE&O), Tehran, Iran, Feb. 22-24, 2022.
- [37] N. Khoshkalam, M. Mojaddam and K. R. Pullen, Characterization of the Performance of a Turbocharger, *Energies*, pp. 2-21, 2019.
- [38] P. V. Rao, G. V. R. Murty and G. V. Rao, CFD Analysis of Impeller-Diffuser Interaction in a Centrifugal Compressor with Twisted Vaned Diffuser, *Lecture Notes in Mechanical Engineering*, pp. 911-922, 2017.
- [39] I. Shahin, M. Alqaradawi, M. Gadala and O. Badr, Large Eddy Simulation of Surge Inception and Active Surge Control in a High Speed Centrifugal Compressor with a Vaned Diffuser, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 40, No. 23-24, pp. 04-18, 2016.
- [40] O. Dumitrescu, B. Gherman and A. Alcea, Tip Clearance Influence in CFD Calculations and Optimization of a Centrifugal Compressor Stage through CFD Methods, *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, Vol. 400, No. 4, 2018.
- [41] W. Ju, S. Xu, X. Wang, X. Chen, S. Yang and J. Meng, Numerical Study on the Influence of Tip Clearance on Rotating Stall in an Unshrouded Centrifugal Compressor, *ASME Turbo Expo 2017: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*, Charlotte, NC, USA, June 26-30, pp. 1-8, 2017.
- [42] D. Büche, *Robust Compressor Optimization by Evolutionary Algorithms*, Springer International Publishing, 2019.
- [43] I. Martin, L. Hartwig and D. Bestle, A Multi-Objective Optimization Framework for Robust Axial Compressor Airfoil Design, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 59, No. 6, pp. 35-47, 2019.
- [44] S. Shankaran and A. Marta, Robust Optimization for Aerodynamic Problems Using Polynomial Chaos and Adjoints, *ASME Turbo Expo 2012: Turbine Technical Conference and Exposition*, Vol. 8, pp. 17-27, Copenhagen, Denmark, June 11-15, 2012.
- [45] J. R. Taylor, *An Introduction to Error Analysis*, Univ. Science Sausalito, CA, USA, 1997.
- Organs, Vol. 43, No. 5, pp. E76-E93, 2019.
- [24] R. L. Iman, Latin Hypercube Sampling, *The Encyclopedia of Quantitative Risk Analysis and Assessment*, Wiley Online Library, 2008.
- [25] M. Mojaddam and K.R. Pullen, Optimization of a Centrifugal Compressor Using the Design of Experiment Technique, *Applied Sciences*, Vol. 9, No. 2, pp. 1-19, 2019.
- [26] D. R. De Cock, *Kriging as an Alternative to Polynomial Regression in Response Surface Analysis*, Iowa State University, 2003.
- [27] J. Zhang, H. W. Huang and K. K. Phoon, Application of the Kriging-Based Response Surface Method to the System Reliability of Soil Slopes, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol. 139, No. 4, pp. 651-655, 2013.
- [28] A. A. Giunta, M. S. Eldred and J. P. Castro, Uncertainty Quantification Using Response Surface Approximations, 9th ASCE Joint Specialty Conference on Probabilistic Mechanics and Structural Reliability, July 2004.
- [29] H. Lee, D. J. Lee and H. Kwon, Development of an Optimized Trend Kriging Model Using Regression Analysis and Selection Process for Optimal Subset of Basis Functions, *Aerospace Science and Technology*, Vol. 77, pp. 273-285, 2018.
- [30] S. Tegnø, G. Hales and G. T. Einevoll, Uncertainty: A Python Toolbox for Uncertainty Quantification and Sensitivity Analysis in Computational Neuroscience, *Frontiers in Neuroinformatics*, Vol. 12, pp. 1-29, 2018.
- [31] H. El-Ramly, N. R. Morgenstern and D. M. Cruden, Probabilistic Slope Stability Analysis for Practice, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 39, No. 3, pp. 665-683, 2002.
- [32] P. Schober and L. A. Schwarte, Correlation Coefficients: Appropriate Use and Interpretation, *Anesthesia & Analgesia*, Vol. 126, No. 5, pp. 1763-1768, 2018.
- [33] M. Stephanou and M. Varughese, Sequential Estimation of Spearman Rank Correlation Using Hermite Series Estimators, *The Journal of Multivariate Analysis*, Vol. 186, 2021.
- [34] H. K. Versteeg and W. Malalasekera, *An Introduction to Computational Fluid Dynamics*, Pearson education, 2005.
- [35] S. Hosder, B. Grossman, R. T. Haftkatz, W. H. Mason and L. T. Watson, Observations on CFD Simulation Uncertainties, 9th AIAA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization, April 2002.



## Investigation of the effect of the geometric deviations on the performance of a radial flow compressor employing uncertainty quantification and sensitivity analysis

D. Altafi<sup>1</sup>, M. Mojaddam<sup>2\*</sup>, B. Ghadimi<sup>3</sup>

<sup>1</sup> M.Sc. student, Faculty of Mechanical & Energy Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran, [d.altafi@mail.sbu.ac.ir](mailto:d.altafi@mail.sbu.ac.ir)

<sup>2</sup> Assistant Professor, Faculty of Mechanical & Energy Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran, [m\\_mojaddam@sbu.ac.ir](mailto:m_mojaddam@sbu.ac.ir)

<sup>3</sup> Assistant Professor, Faculty of Mechanical Engineering, Zanzan University, Zanzan, Iran, [b.ghadimi@znu.ac.ir](mailto:b.ghadimi@znu.ac.ir)

\*Corresponding Author

### ARTICLE INFO

#### Article history:

Received: 04 February 2022

Accepted: 19 May 2022

#### Keywords:

Impeller

Kriging Method

Numerical Simulation

Radial Flow Compressor

Sensitivity Analysis

Uncertainty

### ABSTRACT

The performance of the impeller of a radial flow compressor is highly affected by its geometric uncertainties. The geometrical characteristics of the impeller may change slightly during the manufacturing process or as a result of long-term operation, resulting in deviations from design performance curves. In this research, the performance sensitivity to each geometric parameter is determined using global sensitivity analysis, and the performance deviation interval is extracted using uncertainty quantification by the Kriging surface response method. For this purpose, initially, three categories of databases with a different number of impellers are created using geometric characteristics deviating from the original sample. For different geometries, the flow simulation in the impeller is performed using computational fluid dynamics in a viscous three-dimensional turbulent solver. A surrogate model which uses the Kriging method for each database to quantify the uncertainty more quickly is utilized. The results show that in 95.5% of cases, the pressure ratio and total to total efficiency and total to static efficiency fluctuate by 1.88%, 1.03%, and 1.56% around the predicted value, respectively. Moreover, the impeller's outlet radius is the most sensitive geometric parameter.

