



بهینه‌سازی منحنی بادامک‌ها و پره‌های موتور دوار پره‌ای بر اساس تحلیل دینامیکی

سید مسعود هاشمی^{۱*}، یاسر اکبری^۲

^۱استادیار، مهندسی مکانیک، گرایش طراحی و ساخت خودرو، دانشگاه صنعتی مالک اشتر شیراز، m_hashemi@mut.ac.ir

^۲کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، گرایش طراحی و ساخت خودرو، دانشگاه صنعتی مالک اشتر شیراز

* نویسنده مسئول

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت: ۲۹ اردیبهشت ۱۴۰۰

پذیرش: ۲۳ بهمن ۱۴۰۰

کلیدواژه‌ها:

موتور دوار پره‌ای

منحنی بادامک

منحنی چرخزاد

منحنی درجه پنج

چکیده

موتور دوار پره‌ای، نوع جدیدی از موتورهای احتراق داخلی است که با دارا بودن تعداد بیشتری محفظه احتراق نسبت به موتورهای معمولی، می‌تواند در هر دور چرخش محور خروجی، احتراق‌های زیادتری ایجاد و توان بسیار قویتر تولید نماید و این در حالی است که وزن این موتور در توانی برابر با سایر موتورها، بسیار کمتر است. این موتور از چهار قسمت اصلی محور دوار، بادامک، پره و پوسته تشکیل می‌شود. برخی از مسائل اصلی در طراحی این نوع موتور، بررسی تعداد پره‌ها و مباحث گرمایی آن‌هاست که تاکنون کارهای اندکی در این زمینه انجام شده است. یکی دیگر از مسائل اساسی در طراحی این موتور، با توجه به اینکه دور عملکردی آن حدود ۷۰۰۰ د.د.د. است، ایجاد مسیر مناسب برای حرکت روان پره‌ها روی بادامک‌ها و مهار تنش در منطقه تماس پره‌ها با بادامک - هاست. شتابی که منحنی بادامک برای پره‌ها ایجاد می‌کند باعث ایجاد نیروی لختی در پره‌ها و متعاقباً ضربه زدن به بادامک‌ها و ایجاد تنش در آن‌ها می‌شود. بنابراین هراندازه شتاب کمتری در پره‌ها ایجاد شود، تنش‌ها کمتر خواهد بود که نتایج نشان می‌دهد با کاهش ۸٪ شتاب، تنش به مقدار ۱۲٪ کاهش می‌یابد. در این مقاله به بررسی منحنی‌های مختلفی که از آن‌ها در ساخت بادامک‌ها استفاده می‌شود، پرداخته و بهترین منحنی از نظر کمتر بودن شتاب و تکانه و تنش ایجاد شده در موتور و همچنین بزرگتر بودن نسبت تراکم ایجاد شده انتخاب می‌شود. علاوه بر منحنی بادامک‌ها، جرم پره نیز نقش مهمی در ایجاد تنش دارد و سبک‌تر شدن آن باعث کاهش تنش در مجموعه بادامک و پره می‌شود. به منظور کاهش جرم دو روش تغییر جنس و توخالی کردن پره در پیش گرفته می‌شود. نتایج نشان می‌دهد با تغییر جنس پره از فولاد به تیتانیوم تنش به مقدار ۲۹٪ و با توخالی کردن پره، تنش به مقدار ۲۴٪ کاهش می‌یابد.

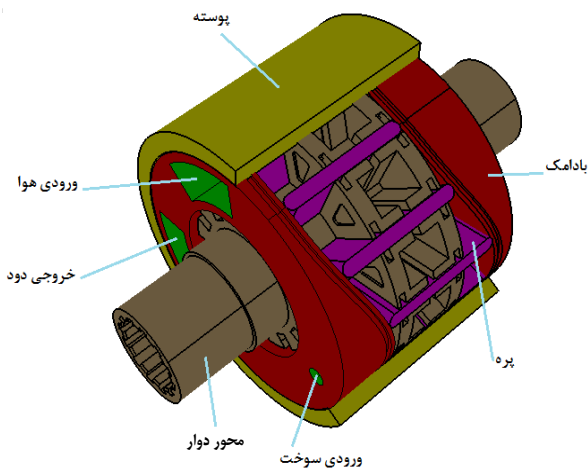


تمامی حقوق برای انجمن علمی موتور ایران محفوظ است.

۱- مقدمه

مختلف، این طور نتیجه گیری شده است که افزایش تعداد پره ها باعث ایجاد بار یکنواخت تری بر روی یاتاقان ها خواهد شد [۵].
گریگوری^۹ و همکاران در سال ۱۹۹۴ میلادی به معرفی موتور دوار پره ای به عنوان موتور چهار زمانه بدون پیستون پرداختند و ضمن معرفی مراحل و قسمت های مختلف این موتور، نشان دادند بحث تنش های گرمایی و کاهش دمای قطعات در این موتور از اهمیت بالایی برخوردار است [۶].

یکی از مهمترین قسمت های این موتور، بادامک ها هستند. در طراحی و ساخت بادامک ها هر اندازه شتاب پره ها کاهش یابد به همان نسبت نیز تنش های ایجاد شده در قطعات مختلف کاهش پیدا می کند. بنابراین برای کاهش تنش، همواره باید سعی کرد تا منحنی بادامک بهینه شود و شتاب و تکانه کمتری در پره ها که از سرعت بالایی برخوردارند، ایجاد کند.



شکل ۱: موتور پره ای دوار با سوخت دیزل

این امر در سرعت های تند اهمیت بیشتری پیدا می کند، زیرا سرعت زیاد باعث ایجاد شتاب بسیار زیادی در پره ها می شود که منجر به ایجاد تنش های زیادی در مجموعه موتور خواهد شد. ساتیش^{۱۰} و همکاران در سال ۲۰۰۹ به بهینه سازی حرکت بادامک و پیرو پرداختند و با بهینه کردن منحنی بادامک ها نتیجه گیری کردند اصلاح مسیر بادامکی باعث ایجاد شتاب کمتری در پره ها می شود [۷].
هر اندازه دور موتور بیشتر باشد، بازده و رفتار ارتعاشی آن بهتر می شود، ولی در عوض تنش های ایجاد شده در قطعاتی همچون بادامک ها و پره ها زودتر به حد مجاز می رسند.

موتور دوار پره ای از نوع موتورهای احتراق داخلی چهار زمانه است. این موتور نسبت به وزن خود توان بسیار بیشتری در مقایسه با موتورهای دیگر ایجاد می کند. بنابراین می تواند جایگزین مناسبی برای موتورهای فعلی در صنعت حمل و نقل و بویژه در صنعت هوایی باشد.

موتور دوار پره ای از چهار قطعه اصلی محور دوار^۱، پوسته خارجی^۲، پره ها^۳ و بادامک ها^۴ تشکیل شده است (شکل ۱). فضای محفظه احتراق بین این چهار قطعه اصلی قرار می گیرد. با حرکت دورانی محور دوار بر اساس شکل ۱، در هر طرف موتور یک فضای احتراق مجزا از طرف دیگر، بین محور دوار، بادامک ها، پره ها و پوسته ایجاد می شود.

طرز کار این موتور بدین صورت است که عمل احتراق، باعث ایجاد فشار روی پره ها و حرکت دادن آن ها می شود. پره ها با محور دوار در تماس هستند و آن را به حرکت در می آورند. پره ها با بادامک ها نیز در تماس هستند و به بیان بهتر روی آن ها حرکت می کنند و بنابراین بر اساس منحنی بادامک ها، در راستای محور محور دوار حرکت رفت و برگشتی انجام می دهند.

نیجل^۵ و همکاران در سال ۱۹۹۳ میلادی به بررسی اصول طراحی موتور دوار پره ای پرداختند و ضمن بررسی موتورهایی با تعداد ۴، ۵ و ۶ پره، تعداد ۶ پره را به عنوان گزینه برتر انتخاب کردند [۱]. هاشمی در سال ۱۳۹۰ خورشیدی با بررسی موتور دوار پره ای نتیجه گیری کرد حداقل به تعداد ۱۲ پره نیاز است تا موتور به طور بهینه مراحل چهارگانه خود را انجام دهد [۲].

دربارۀ تحلیل های دمایی و گرمایی نیز بررسی هایی در مراجع مختلف صورت گرفته است. جیسون^۶ و همکاران در سال ۱۹۹۷ میلادی با استفاده از الگوی صفر بعدی برای تحلیل گرمایی موتور، دما و فشار را در نقاط مختلف موتور به دست آوردند [۳].

فیلیپ^۷ و همکاران در سال ۱۹۹۸ میلادی به تحلیل گرمایی الگوی سه بعدی موتور در دو حالت پرداختند: در حالت اول، بادامک ها ثابت در نظر گرفته شده و محور دوار و پره ها حرکت می کنند و در حالت دوم، محور دوار و پره ها ثابت در نظر گرفته شده اند و بادامک ها حرکت می کنند. در هر دو حالت، دمای قسمت های مختلف موتور با بررسی اثرات سامانه خنک کننده به دست آمده شده است [۴].

ریموند^۸ و همکاران در سال ۱۹۹۵ میلادی در مورد یاتاقان های موتور دوار پره ای بحث کردند. در این تحقیق با بررسی تعداد پره های

⁶ Jason

⁷ Phillip

⁸ Raymond

⁹ Gregory

¹⁰ Sateesh

¹ Rotor

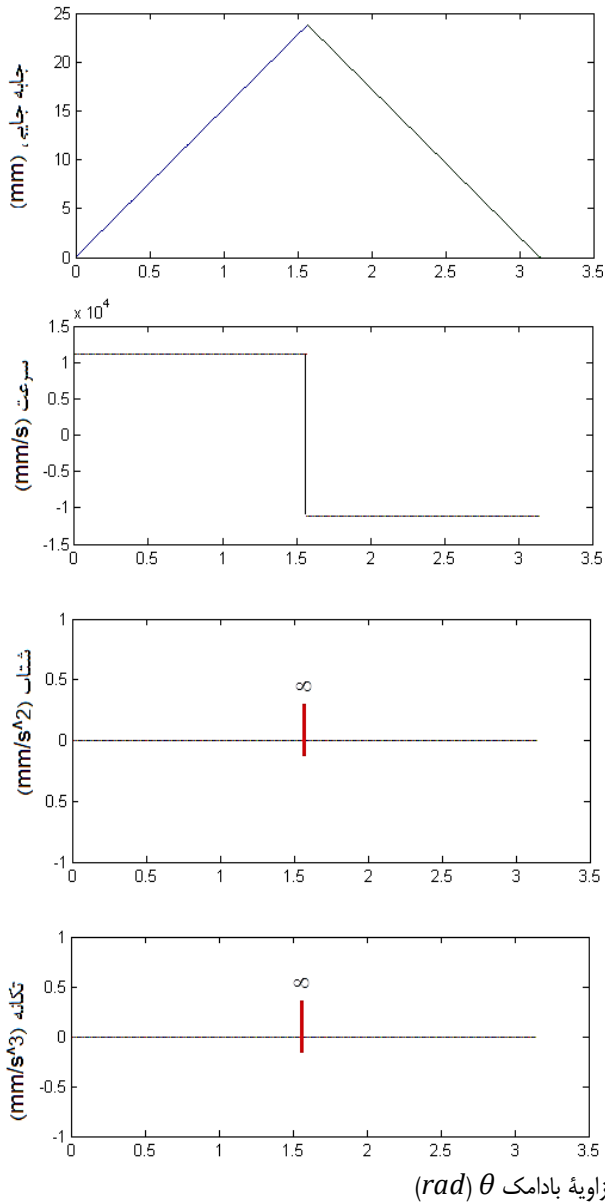
² Outer housing

³ Vane

⁴ Cam

⁵ Nigel

همان‌طور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود، در نمودار سرعت، شکستگی وجود دارد که برای سرعت‌های تند اصلاً مناسب نیست. اگر پره روی این منحنی حرکت کند در نقاط شکستگی سرعت، شتاب آن بی‌نهایت می‌گردد و ضربات شدیدی به بادامک وارد خواهد کرد.



شکل ۲: نمودار جابه‌جایی، سرعت، شتاب و تکانه منحنی سرعت ثابت

۳- منحنی هماهنگ

حرکت هماهنگ، سرعت سینوسی و شتاب کسینوسی دارد. این منحنی، شتاب و تکانه کمتری نسبت به سایر منحنی‌ها ایجاد می‌کند. نمودارهای این منحنی در شکل ۳ نشان داده شده‌اند. هدف این قسمت انتخاب منحنی‌ای است که شتاب کم و تکانه محدود ایجاد کند و منحنی هماهنگ از این ویژگی‌ها برخوردار است. بنابراین از نظر ریاضی این منحنی مطلوب است، اما به دلایلی که در ادامه گفته

بنابراین باید سعی کرد از منظر تنش و با لحاظ کردن ضریب ایمنی لازم، دور موتور را به حداکثر ممکن رساند. برای این کار در اینجا به معرفی چند منحنی معروف که در ساخت بادامک‌ها استفاده می‌شود پرداخته و سپس مناسب‌ترین منحنی برای موتور دوار پره‌ای انتخاب می‌شود و در ادامه با سبک‌سازی پره سعی می‌شود تا تنش در مجموعه بادامک و پره کاهش یابد و به حداقل ممکن برسد.

اگر محور دوار یک دور کامل بچرخد، هر پره به مقدار $\theta = 2\pi$ ، یعنی یک دور کامل روی سطح بادامک می‌چرخد و دوبار از گودی و دوبار از برآمدگی سطح بادامک عبور می‌کند.

بادامک بر اساس توان مورد نیاز موتور به گونه‌ای طراحی شده است که اگر کف نقطه گودی به عنوان نقطه مبنای مختصات دورانی در نظر گرفته شود، پره با پیمودن مقدار زاویه بالاروی $\beta = \pi/2$ به نقطه اوج برآمدگی بادامک، یعنی $h = 23.8 \text{ mm}$ می‌رسد. در معادلات منحنی‌هایی که در این مقاله بررسی شده‌اند، موارد فوق و همچنین سرعت دورانی $\omega = 733 \text{ rad/s}$ که معادل ۷۰۰۰ د.د.د. است، لحاظ شده‌اند.

۲- منحنی سرعت ثابت

منحنی سرعت ثابت به منحنی‌ای گفته می‌شود که سرعت، نسبت به زمان و یا θ (زاویه بادامک)، ثابت باقی می‌ماند. لذا همین‌طور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود، در موقعی که نمودار سرعت، ثابت، یعنی درجه آن صفر باشد، نمودار جابه‌جایی از درجه یک برخوردار است. معادلات منحنی سرعت ثابت در قسمت اول و دوم مسیر به ترتیب در جدول‌های ۱ و ۲ ارائه شده است.

جدول ۱: معادلات منحنی سرعت ثابت در بازه $0 \leq \theta \leq \beta$

$y = \frac{h}{\beta} \theta$	جابه‌جایی
$\dot{y} = \frac{h}{\beta} \omega$	سرعت
$\ddot{y} = \frac{h}{\beta} \alpha \xrightarrow{\omega=c\text{te}\alpha=0} \ddot{y} = 0$	شتاب
$\ddot{\dot{y}} = 0$	تکانه

جدول ۲: معادلات منحنی سرعت ثابت در بازه $\beta \leq \theta \leq 2\beta$

$y = -\frac{h}{\beta} \theta + 2h$	جابه‌جایی
$\dot{y} = -\frac{h}{\beta} \omega$	سرعت
$\ddot{y} = -\frac{h}{\beta} \alpha \xrightarrow{\omega=c\text{te}\alpha=0} \ddot{y} = 0$	شتاب
$\ddot{\dot{y}} = 0$	تکانه

۴- منحنی شتاب ثابت

منحنی شتاب ثابت به منحنی‌ای گفته می‌شود که معادله مکان آن درجه ۲، سرعت آن درجه ۱ و شتاب آن درجه صفر باشد (شتاب ثابت). طبق شکل ۴ در ابتدا و انتهای مسیر، شتاب زیاد است، همچنین تکانه سیستم در نقاط اتصال، بی‌نهایت می‌شود که نشان دهنده وجود پدیده ضربه در سیستم است. بنابراین این منحنی نیز جهت استفاده در موتور دوار پره‌ای مناسب نیست. معادلات منحنی شتاب ثابت در بازه‌های مختلف زاویه (θ) در جدول‌های ۴، ۵ و ۶ ارائه شده است.

جدول ۴: معادلات منحنی شتاب ثابت در بازه $0 \leq \theta \leq 0.5\beta$

$y = 2h \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2$	جابجایی
$\dot{y} = \frac{4h\omega}{\beta^2} \theta$	سرعت
$\ddot{y} = \frac{4h\omega^2}{\beta^2}$	شتاب
$\ddot{\ddot{y}} = 0$	تکانه

جدول ۵: معادلات منحنی شتاب ثابت در بازه $0.5\beta \leq \theta \leq 1.5\beta$

$y = h \left[1 - 2 \left(1 - \frac{\theta}{\beta} \right)^2 \right]$	جابجایی
$\dot{y} = \frac{4h\omega}{\beta} \left(1 - \frac{\theta}{\beta} \right)$	سرعت
$\ddot{y} = -\frac{4h\omega^2}{\beta^2}$	شتاب
$\ddot{\ddot{y}} = 0$	تکانه

جدول ۶: معادلات منحنی شتاب ثابت در بازه $1.5\beta \leq \theta \leq 2\beta$

$y = 2h \left[2 - \left(\frac{\theta}{\beta}\right) \right]^2$	جابجایی
$\dot{y} = \frac{-4h\omega}{\beta} \left(2 - \frac{\theta}{\beta} \right)$	سرعت
$\ddot{y} = \frac{4h\omega^2}{\beta^2}$	شتاب
$\ddot{\ddot{y}} = 0$	تکانه

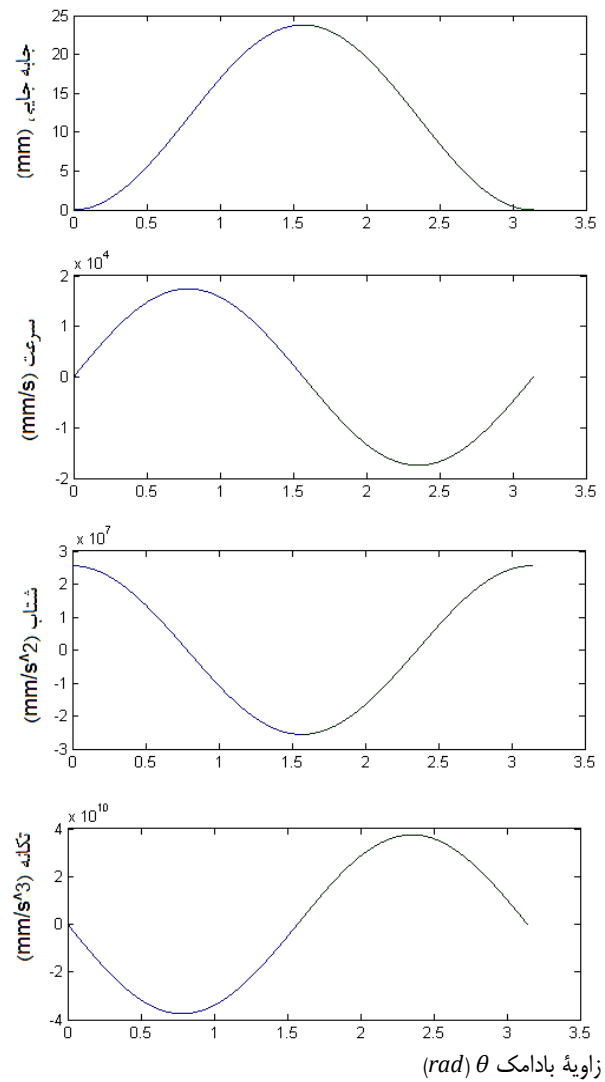
خواهد شد، نمی‌توان از این منحنی هم در ساخت بادامک‌های موتور دوار پره‌ای، استفاده کرد.

معادلات این منحنی در قسمت اول مسیر در جدول ۳ ارائه شده است.

جدول ۳: معادلات منحنی هماهنگ

$y = \frac{h}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{\pi\theta}{\beta} \right) \right]$	جابجایی
$\dot{y} = \frac{\pi h \omega}{2\beta} \sin \left(\frac{\pi\theta}{\beta} \right)$	سرعت
$\ddot{y} = \frac{h}{2} \left(\frac{\pi\omega}{\beta} \right)^2 \cos \left(\frac{\pi\theta}{\beta} \right)$	شتاب
$\ddot{\ddot{y}} = \frac{h}{2} \left(\frac{\pi\omega}{\beta} \right)^3 \sin \left(\frac{\pi\theta}{\beta} \right)$	تکانه

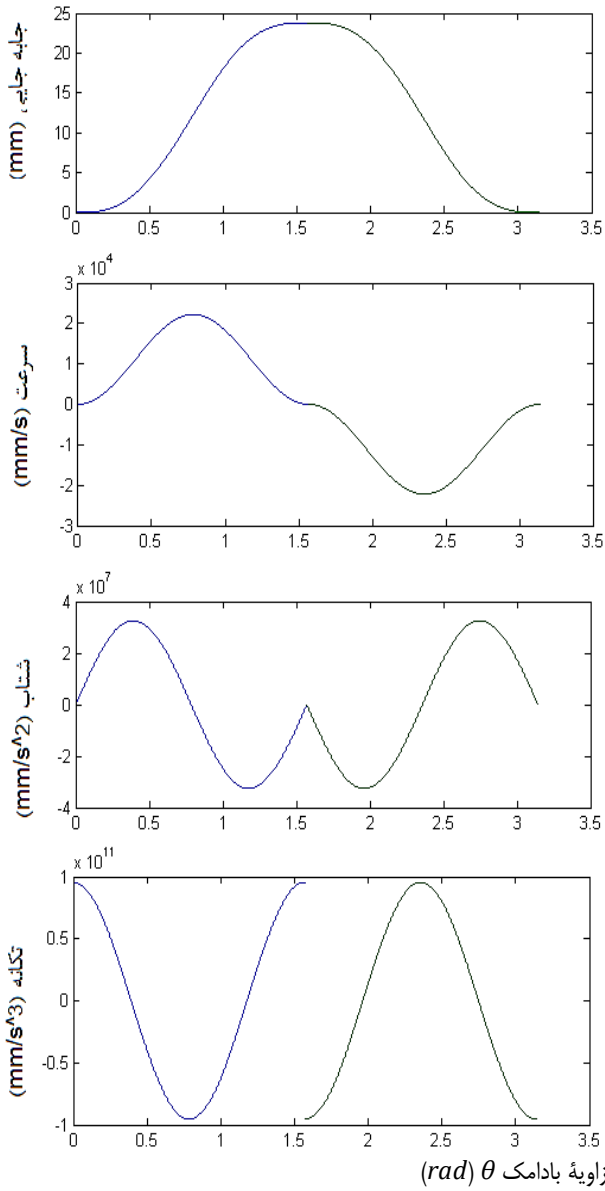
معادلات قسمت دوم مسیر با جایگزینی $(\pi - \theta)$ به جای (θ) در معادلات قبل به دست می‌آیند.



زاویه بادامک θ (rad)

شکل ۳: نمودار جابه‌جایی، سرعت، شتاب و تکانه منحنی هماهنگ

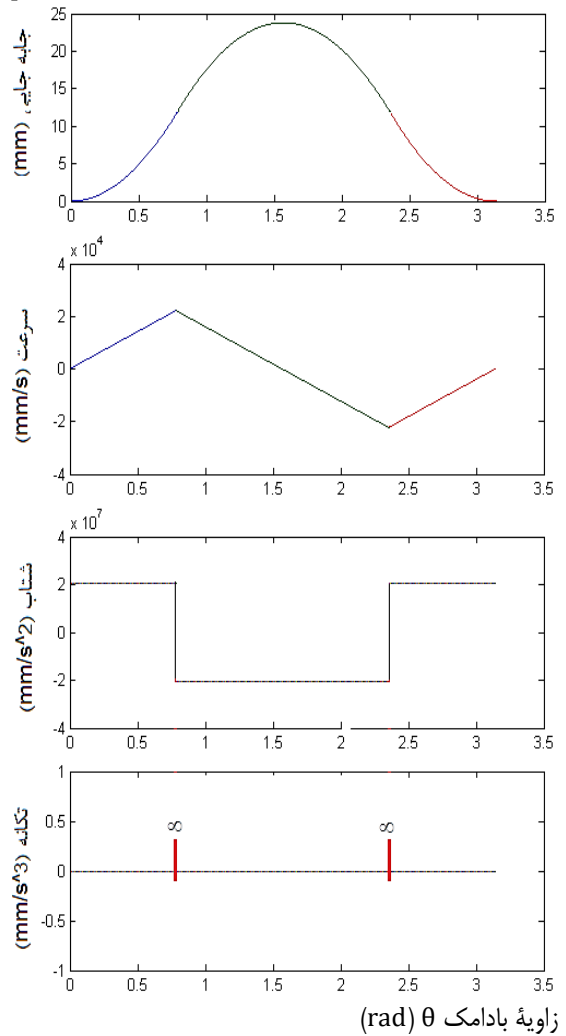
معادلات قسمت دوم مسیر با جایگزینی $(\pi - \theta)$ به جای (θ) در معادلات جدول ۷ به دست می‌آیند. نمودارهای این منحنی در شکل ۵ نشان داده شده است. این منحنی دارای شتاب محدود و پیوسته و همچنین تکانه کم است و منحنی کارآمدی برای کار در سرعت‌های تند محسوب می‌شود و بیشترین شتاب این منحنی 32565 m/s^2 و با توجه به سرعت 733 rad/s معادل 0.06 m/rad^2 است.



شکل ۵: نمودار جابه‌جایی، سرعت، شتاب و تکانه منحنی چرخزاد

۶- منحنی درجه ۳

معادلات منحنی درجه ۳ در قسمت اول مسیر در جدول ۸ ارائه شده است:



شکل ۴: نمودار جابه‌جایی، سرعت، شتاب و تکانه منحنی شتاب ثابت

۵- منحنی چرخزاد^۱

معادلات منحنی چرخزاد در قسمت اول مسیر در جدول شماره ۷ ارائه شده است:

جدول ۷: معادلات منحنی چرخزاد

$y = \frac{h}{\pi} \left[\frac{\pi\theta}{\beta} - \frac{1}{2} \sin\left(\frac{2\pi\theta}{\beta}\right) \right]$	جابجایی
$\dot{y} = \frac{h\omega}{\beta} \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi\theta}{\beta}\right) \right]$	سرعت
$\ddot{y} = \frac{2\pi h\omega^2}{\beta^2} \sin\left(\frac{2\pi\theta}{\beta}\right)$	شتاب
$\ddot{\ddot{y}} = \frac{4\pi^2 h\omega^3}{\beta^3} \cos\left(\frac{2\pi\theta}{\beta}\right)$	تکانه

جدول ۸: معادلات منحنی درجه ۳

جابجایی	$y = h \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^2 \left(3 - 2 \frac{\theta}{\beta} \right)$
سرعت	$\dot{y} = 6h \frac{\omega}{\beta} \left(\frac{\theta}{\beta} \right) \left(1 - \frac{\theta}{\beta} \right)$
شتاب	$\ddot{y} = 6h \left(\frac{\omega}{\beta} \right)^2 \left(1 - 2 \frac{\theta}{\beta} \right)$
تکانه	$\ddot{\ddot{y}} = -12h \left(\frac{\omega}{\beta} \right)^3$

۷- منحنی درجه ۵

معادلات منحنی درجه ۵ در قسمت اول مسیر در جدول شماره ۹ ارائه بیان شده است. معادلات قسمت دوم مسیر با جایگزینی $(\pi - \theta)$ به جای (θ) در معادلات جدول ۹ به دست می‌آیند.

جدول ۹: معادلات منحنی درجه ۵

$$y = 10h \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^3 - 15h \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 + 6h \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^5 \quad \text{جابجایی}$$

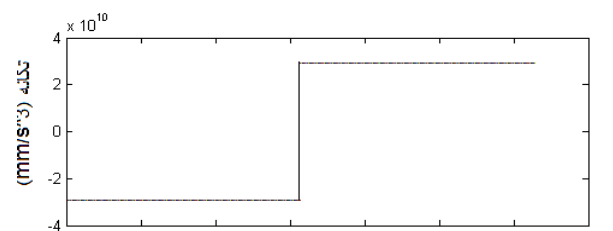
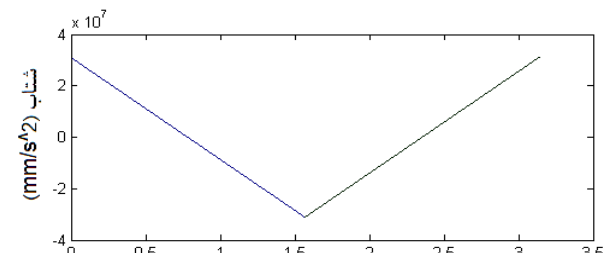
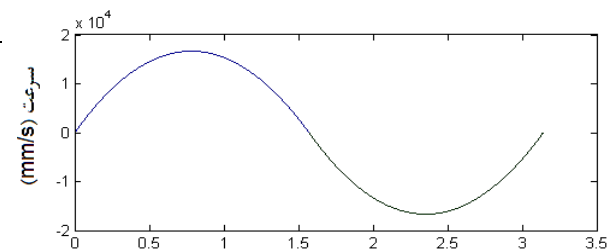
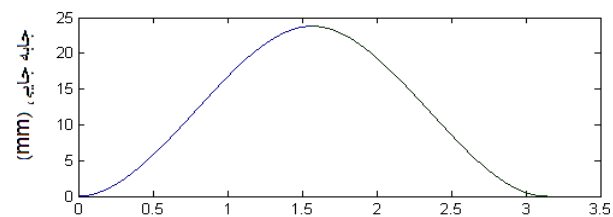
$$\dot{y} = 30h \frac{\omega}{\beta} \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^2 \left[1 - 2 \frac{\theta}{\beta} + \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^2 \right] \quad \text{سرعت}$$

$$\ddot{y} = 60h \frac{\omega}{\beta} \left(\frac{\omega}{\beta} \right)^2 \left[1 - 3 \frac{\theta}{\beta} + 2 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^2 \right] \quad \text{شتاب}$$

$$\ddot{\ddot{y}} = 60h \left(\frac{\omega}{\beta} \right)^3 \left[1 - 6 \frac{\theta}{\beta} + 6 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^2 \right] \quad \text{تکانه}$$

معادلات قسمت دوم مسیر با جایگزینی $(\pi - \theta)$ به جای (θ) در معادلات جدول ۸ به دست می‌آیند.

همان‌طور که در شکل ۶ مشاهده می‌شود، این منحنی، دارای سرعت درجه ۲ و شتاب خطی است. با اینکه این منحنی شتاب کم و تکانه محدود ایجاد می‌کند، اما همچون منحنی هماهنگ جهت استفاده در موتور دوار پره‌ای مناسب نیست که دلیل آن در ادامه گفته خواهد شد.



زاویه بادامک θ (rad)

شکل ۶: نمودار جابه‌جایی، سرعت، شتاب و تکانه منحنی درجه ۳

نمودارهای جابه‌جایی، سرعت، شتاب و تکانه این منحنی در شکل ۷ نشان داده شده است که بیشترین شتاب این منحنی 29924 m/s^2 و با توجه به سرعت 733 rad/s معادل 0.055 m/rad^2 است. منحنی درجه ۵ در ماشین‌های پرسرعت کاربرد دارد. این منحنی شتاب و تکانه محدود ایجاد می‌کند. برای ساخت بادامکی با منحنی درجه ۵ به دقت بالایی نیاز است.

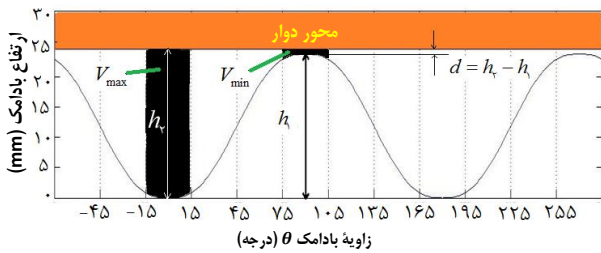
۸- انتخاب بهترین منحنی

از بین منحنی‌های معرفی شده، چهار منحنی هماهنگ، درجه سه، چرخزاد و درجه پنج، شتاب و تکانه محدود ایجاد می‌کنند. در این قسمت جهت مقایسه منحنی‌های یاد شده با یکدیگر، درباره هر کدام از آن‌ها توضیح بیشتری داده می‌شود. برای این منظور ابتدا باید معیارهای مقایسه معرفی شود. این معیارها عبارتند از:

الف) زیادتر بودن نسبت تراکم موتور

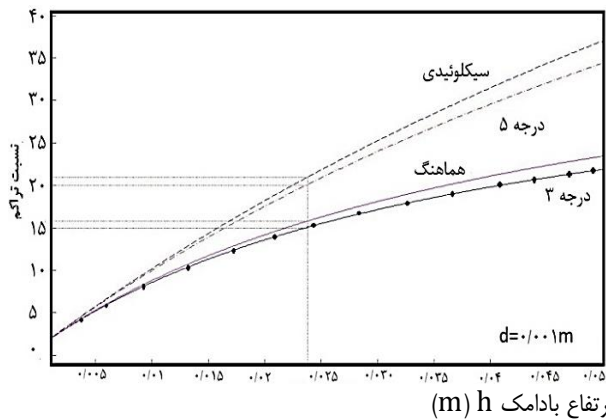
ب) کمتر بودن تنش موجود در پره‌ها و بادامک‌ها

نسبت تراکم موتور که شاخصه مهمی برای مقایسه منحنی‌هاست، با توجه به شکل ۸ و بر اساس معادلا ۱-۳، به دست می‌آید. یکی از



شکل ۸: چگونگی محاسبه حجم بیشینه و کمینه موتور دوار پره‌ای

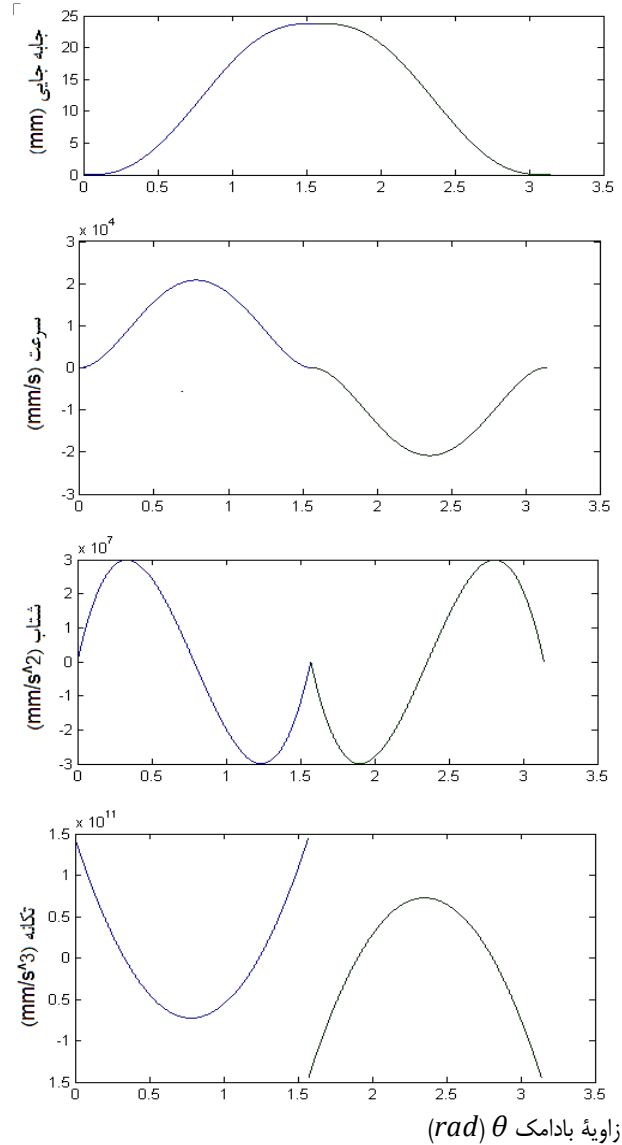
در شکل ۹ نسبت تراکمی که این منحنی‌ها ایجاد می‌کنند (۴ منحنی مسیر)، مقایسه شده است. از این شکل کاملاً واضح است که دو منحنی هماهنگ و درجه ۳ در مقایسه با منحنی چرخزاد و درجه ۵، نسبت تراکم پایینی ایجاد می‌کنند و بنابراین استفاده از آنها برای این موتور مناسب نیست. مقدار عددی نسبت تراکم ایجاد شده در دو منحنی هماهنگ و درجه ۳ در محدوده عدد ۲۰ و این مقدار در دو منحنی چرخزاد و درجه ۵ در محدوده عدد ۳۵ است که این مقدار، اختلاف ۷۵٪ را نشان می‌دهد.



شکل ۹: مقایسه نسبت تراکم ایجاد شده بر اساس منحنی‌های "هماهنگ، درجه ۳، چرخزاد و درجه ۵"

۹- تحلیل تنش در آباکوس

همان‌طور که در قسمت قبل گفته شد بر اساس معیار بیشتر بودن نسبت تراکم موتور، دو منحنی چرخزاد و درجه پنج برای استفاده در موتور دوار پره‌ای مناسب‌تر هستند. در این قسمت به بررسی معیار دوم، یعنی کمتر بودن تنش در مجموعه بادامک‌ها و پره‌ها پرداخته می‌شود. تحلیل تنش با استفاده از نرم‌افزار آباکوس برای دو منحنی انجام می‌گیرد تا بهترین منحنی مشخص شود. برای بررسی تنش ایجاد شده در موتور، سه قطعه محور دوار، بادامک و پره در نرم‌افزار آباکوس کشیده شده‌اند. در شکل ۱۰، تصویر متصل شده این قطعات نشان داده شده است. جنس قطعات در جدول ۱۱ نشان داده شده است.



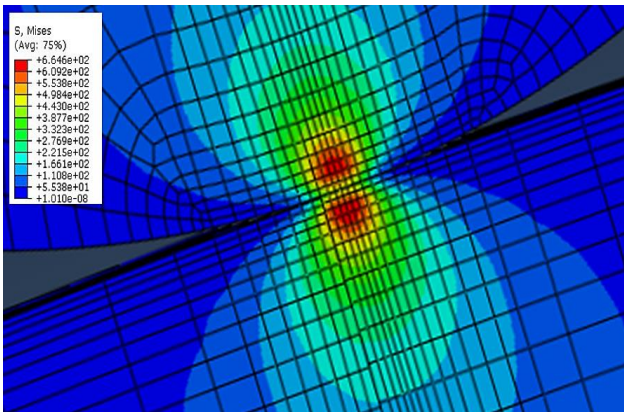
شکل ۷: نمودار جابه‌جایی، سرعت، شتاب و تکانه منحنی درجه ۵

مرزهای دو انتگرال سه‌گانه زیر یعنی r_i و r_o شعاع داخلی و خارجی بادامک هستند که به ترتیب برابر با ۴۰ و ۷۰ میلی‌متر لحاظ شده‌اند. دو مرز دیگر در شکل ۸ مشخص هستند.

$$V_{max} = \int_{r_i}^{r_o} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_s^{h_2} r dr d\theta dz \quad (1)$$

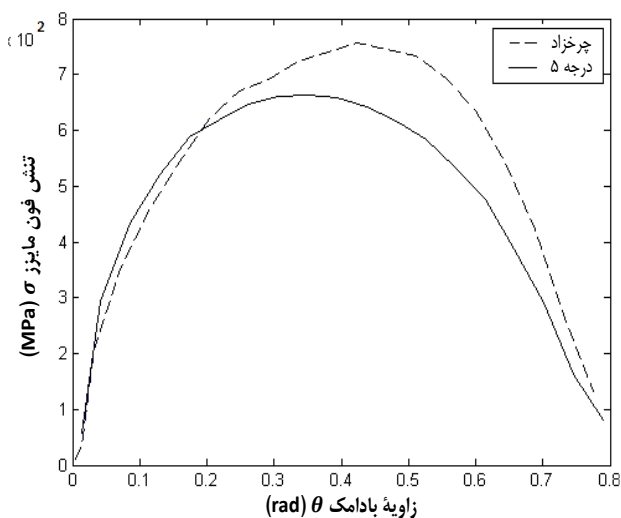
$$V_{min} = \int_{r_i}^{r_o} \int_{\theta_3}^{\theta_4} \int_s^{h_1} r dr d\theta dz \quad (2)$$

$$r_c = \frac{V_{max}}{V_{min}} \quad (3)$$



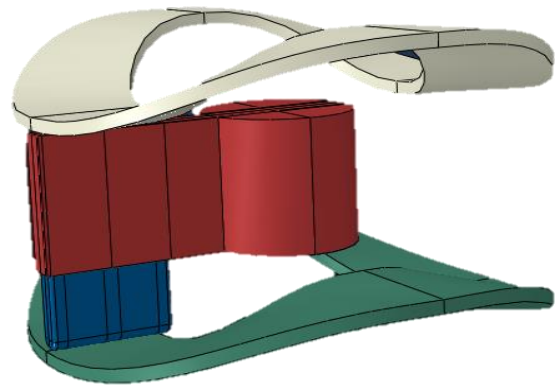
شکل ۱۱: تنش ایجاد شده بین پره و بادامک

همین تحلیل برای بادامک‌ها با انتخاب منحنی درجه پنج نیز انجام می‌شود. در شکل ۱۲ تنش‌های ایجاد شده در مجموعه بادامک و پره بر اساس نوع منحنی نشان داده شده است. این اختلاف تنش به دلیل اختلاف شتابی است که بر اساس این دو منحنی در پره‌ها ایجاد می‌شود. نمودارهای شتاب پره‌ها در ارتباط با منحنی‌های مذکور در شکل ۱۳ آورده شده‌اند. دقت شود که تحلیل‌ها صرفاً برای یک هشتم محیط بادامک یعنی ۴۵ درجه انجام شده است.



شکل ۱۲: تنش در مجموعه بادامک و پره بر اساس منحنی بادامک

همان‌طور که در شکل ۱۲ مشاهده می‌شود، بیشینه تنش ایجاد شده در منحنی درجه پنج مقدار ۶۶۴ MPa و در منحنی چرخزاد مقدار ۷۵۸ MPa است که این مقادیر نشان دهنده کاهش ۱۲٪ تنش معیار در به کارگیری منحنی درجه ۵ در مقایسه با منحنی چرخزاد هستند، بنابراین منحنی درجه پنج انتخاب مناسب‌تری برای ساخت بادامک-های موتور دوار پره‌ای است.



شکل ۱۰: اتصال قطعات در نرم‌افزار آباکوس

به منظور شبکه‌بندی قطعات از اجزاء شش وجهی^۱ با روش اجرای سازه‌ای^۲ استفاده شده است. برای دستیابی به اندازه صحیح شبکه، باید چند تحلیل متوالی انجام گیرد و با تغییر اندازه شبکه‌ها، تغییرات نتایج را مهار و جایی که دیگر تغییر اندازه شبکه، تأثیری زیادی روی جواب نداشته باشد به عنوان اندازه صحیح در نظر گرفته می‌شود. روند حاصل از بررسی استقلال از شبکه در جدول ۱۰ ارائه شده است. معیار بررسی تغییرات در این روند تنش فون مایز^۳ است که در نهایت اندازه ۰٫۲۵ mm برای شبکه‌ها انتخاب شده است.

جدول ۱۰: مشخصات ابعادی شبکه‌ها برای بررسی استقلال از شبکه

اندازه شبکه (mm)	تنش معیار (MPa)	اندازه شبکه (mm)	تنش معیار (MPa)
۱	۱۶۰	۰٫۰۵	۶۴۷
۰٫۵	۲۲۶	۰٫۰۴	۶۶۵
۰٫۲۵	۳۶۵	۰٫۰۳	۶۶۳
۰٫۱	۵۳۰	۰٫۰۲۵	۶۶۴

با انتخاب منحنی چرخزاد و با اعمال سرعت دورانی ۷۰۰۰ د.د.د. به محور دوار و ثابت کردن دو بادامک بالا و پایین، تحلیل انجام می‌گیرد. چون دو سر پره در بالا و پایین با بادامک‌ها تماس دارند، در آن‌ها تنش ایجاد می‌شود. منطقه تماس در یک زمان خاص در شکل ۱۱ نشان داده شده است.

جدول ۱۱: خواص مواد انتخابی قطعات موتور

قطعه	جنس	ضریب یانگ (GPa) E	ضریب پواسون ν	چگالی (kg/m ³)
بادامک	تیتانیوم	۱۱۰	۰٫۳	۴۸۵۰
پره	فولاد	۲۱۰	۰٫۳	۷۸۰۰
محور دوار	فولاد	۲۱۰	۰٫۳	۷۸۰۰

³ Von Mises Stress

¹ Hex

² Structured

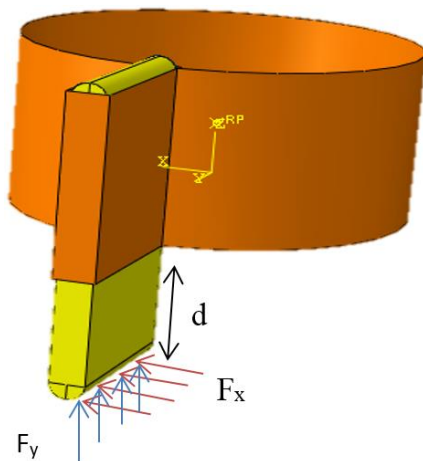
زاویه بادامک θ (rad)

شکل ۱۴: تنش در مجموعه بادامک و پره بر اساس جنس پره

همان طور که مشاهده می شود اگر پره از جنس تیتانیوم انتخاب شود، به دلیل کمتر بودن چگالی تیتانیوم نسبت به فولاد، نیروی لختی کاهش یافته و تنش کمتر می شود، اما با توجه به اینکه ضریب انتقال گرما تیتانیوم کمتر از فولاد است، برای خنک کاری موتور نیاز به سامانه خنک کاری قوی تر و احتمالاً حجیم تر و سنگین تری است که با اصل سبک بودن این موتور که یکی از مهم ترین امتیازات آن است در تضاد خواهد بود. بیشترین مقدار تنش در پره فولادی ۶۶۴ MPa و این مقدار در پره تیتانیومی ۴۶۹ MPa است. این مقادیر نشان می دهد در صورت استفاده از فلز تیتانیوم در ساخت پره مقدار تنش ۲۹٪ کاهش می یابد.

ب) کاهش حجم پره

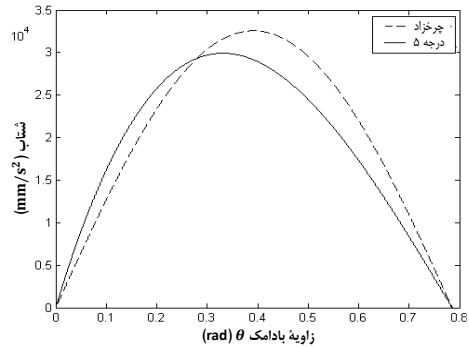
کاهش حجم پره بدین معنی است که تا حد ممکن قسمت هایی که نقشی در استحکام مورد نیاز ندارند را حذف کرد. این کار با توخالی کردن پره امکان پذیر است. البته باید توجه داشت که پره از نظر استحکام دچار مشکل نشود. همان طور که در شکل ۱۵ مشاهده می شود نوک پره از طرف بادامک تحت فشار قرار می گیرد و با توجه به اینکه سر دیگر درون محور دوار درگیر است، می توان پره را تیر یکسر درگیری فرض کرد که تحت خمش قرار دارد. در این حالت پره تحت برش نیز قرار می گیرد که در ادامه بررسی خواهد شد. طبق معادله ۴، تنش در تیری که تحت خمش قرار دارد به مقدار گشتاور موجود، فاصله از محور خنثی و گشتاور لختی سطح بستگی دارد [۸].



شکل ۱۵: شکل پره در قالب تیر یکسر درگیر

$$\sigma_b = \frac{Mc}{I} = \frac{M}{I} = \frac{F_x d}{I} \quad (4)$$

$$I = \frac{bt^3}{12} \quad (5)$$



شکل ۱۳: شتاب پره بر اساس منحنی بادامک

۱۰- کم کردن تأثیر ضربات پرها به بادامکها

پس از انتخاب منحنی درجه پنج به عنوان مناسب ترین منحنی برای ساخت بادامک های موتور دوار پره ای، اینک سعی می شود تا باز هم تنش های مشاهده شده در شکل ۱۲ کاهش یابد. برای این کار باید ضرباتی که پره به بادامک وارد می کند کاهش یابد.

برای کم کردن ضربات پره به بادامکها دو راه وجود دارد.

الف) کاهش شتاب پره

ب) کاهش جرم پره

کاهش شتاب، به دلیل نوع منحنی بادامک است و همان طور که در شکل های ۱۲ و ۱۳ مشاهده می شود، با انتخاب منحنی درجه پنج شتاب کمتری در پرها ایجاد می شود و لذا می توان تنش ها را کاهش داد که در قسمت قبل بحث شد.

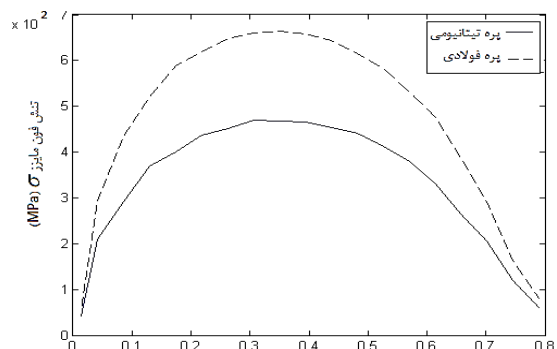
نیروی ناشی از حاصل ضرب شتاب در جرم هر پره، یعنی نیروی لختی، عامل وارد کردن ضربه به بادامکهاست. بنابراین با کاهش جرم پرها، ضربات وارد بر بادامکها و تبعات منفی ناشی از آن کاهش می یابد.

۱۱- کاهش جرم پره

کاهش جرم پره از دو طریق امکان پذیر است.

الف) کاهش چگالی

برای کاهش چگالی باید جنس پره عوض شود و به بیان بهتر باید از ماده ای با چگالی کمتر استفاده شود. در شکل ۱۴ تنش معیار فون مایز در مجموعه بادامک و پره با دو جنس متفاوت نشان داده شده است.



$$\begin{aligned} b &= 34 \text{ mm} \\ t_o &= 6.5 \text{ mm} \\ h &= 68 \text{ mm} \\ k &= 3 \text{ mm} \end{aligned} \quad (۶)$$

ضریب خمشی در دو حالت باید برابر باشد. با برقراری این شرط، معادله‌ای برای ضخامت جدید به دست خواهد آمد.

$$\begin{aligned} \frac{I_o}{c_o} &= \frac{bt_o^2}{6} \\ \frac{I}{c} &= \frac{bt^3 - (d-k)e^3}{6t} \\ \frac{I_o}{c_o} &= \frac{I}{c} \rightarrow bt^3 - bt_o^2t - (d-k)e^3 = 0 \end{aligned} \quad (۷)$$

معادله به دست آمده برای ضخامت جواب‌های زیادی دارد. برای داشتن جواب خاص و با توجه به شرایط مسئله، شرط‌های زیر طبق معادله ۸ اعمال می‌شوند. شرط اول این است که نسبت سطح ثانویه به اولیه کمتر از مقدار دلخواه X باشد. مقدار کاهش سطح و به عبارتی کاهش جرم را نشان می‌دهد و هرچه کمتر باشد بهتر است و پره سبک‌تر می‌شود. شروط دوم و سوم برای جانمایی فنر داخل پره اعمال می‌شوند.

$$\begin{cases} (1) : \frac{A}{A_o} < X \\ (2) : b - d > 11 \text{ mm} \\ (3) : t - e > 2.5 \text{ mm} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} X = 0.67 \\ t = 7.04 \text{ mm} \\ a = 23 \text{ mm} \\ b = 4.75 \text{ mm} \end{cases} \quad (۸)$$

تنش عمودی در سطح مقطع پره نیز با معادله ۹ بیان می‌شود. همان‌طور که مشاهده می‌شود، نیرو و سطح مقطع به یک نسبت کاهش داشته‌اند و تنش عمودی ثابت می‌ماند.

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{ma}{A} = \frac{Xm_o a}{XA_o} = \frac{m_o a}{A_o} \quad (۹)$$

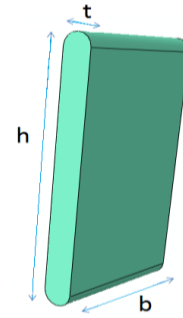
پره دچار تنش برشی نیز می‌شود. این تنش در معادله ۱۰ نشان داده شده است [۸].

$$\tau = \frac{F_x Q}{It} = \frac{F_x A \bar{y}}{It} \quad (۱۰)$$

در معادله ۱۰، نیروی برشی، F_x ، نیروی برشی، A ، سطح مقطع پره، Q گشتاور اول سطح، \bar{y} فاصله مرکز سطح، I گشتاور لختی سطح و t ضخامت پره است.

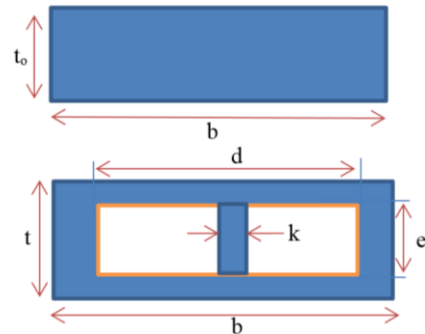
تنش برشی در دو حالت پره توپر و پره توخالی با توجه به شکل ۱۷، مقایسه می‌شود. مقدار عددی تنش برشی در معادله ۱۱ با هدف بررسی میزان کاهش این تنش در شرایطی که پره توخالی شده (کاهش وزن) بیان شده است.

با توخالی کردن پره، گشتاور لختی کم می‌شود و بنابراین تنش شدید می‌رود. برای حل این مشکل ضخامت پره را باید کمی افزایش داد. خوشبختانه چون گشتاور لختی با درجه سوم ضخامت ارتباط دارد با مقدار اندکی افزایش ضخامت، می‌توان کاهش گشتاور لختی را جبران کرد. در شکل ۱۶ نمای از پره نشان داده شده است.



شکل ۱۶: نمای سه بعدی از پره

طبق معادلات ۴ و ۵، باید روی سطح $b \times t$ کار شود. ابعاد اولیه b و t_o ابعاد نهایی b و t هستند که این مقادیر در معادله ۶ بیان شده است. داخل پره مطابق شکل ۱۷ خالی شده است. در عمل برای توخالی کردن پره، باید آن را حداقل به دو قسمت تقسیم کرد و پس از توخالی کردن آن‌ها و به منظور اتصال آن قسمت‌ها، یک قطعه واسطه و فنر موجی به کار گرفته می‌شود. با چند تکه ساختن پره می‌توان فضای مورد نیاز پره بر اثر انبساط ناشی از گرمای موتور را فراهم کرد که در اینجا مورد بحث نیست و پره یک تکه در نظر گرفته شده است.



شکل ۱۷: ابعاد پره اولیه و پره بهینه شده

برای اینکه استحکام در هر دو حالت یکسان باقی بماند، گشتاور مقاوم یا ضریب خمشی جدید باید برابر ضریب خمشی سابق باشد. ضریب خمشی، نسبت گشتاور لختی سطح به بیشترین فاصله از خط خنثی است که در معادله ۷ نشان داده شده است. داخل پره طوری خالی شده است تا ضریب خمشی ثابت بماند. مقدار k نیز برابر با ۳ میلی‌متر در نظر گرفته شده تا هم پلی بین دو لبه باشد و از خمش بر اثر انفجار جلوگیری کند و هم پایه‌ای برای فنر داخل پره باشد. ابعاد اولیه پره بدین صورت اند:

۱۲- صحنه گذاری نتایج

تاکنون هیچگونه نتایج تجربی و آزمایشگاهی در مورد این موتور منتشر نشده است، لذا امکان مقایسه نتایج تحلیلی با نتایج تجربی وجود ندارد و به منظور بررسی صحت نتایج آباکوس، شتاب پره و نیروی واکنش بادامک که با استفاده از منحنی درجه پنج ساخته شده است، به صورت تحلیلی محاسبه و با نتایج آباکوس مقایسه شده است.

۱۲-۱- شتاب

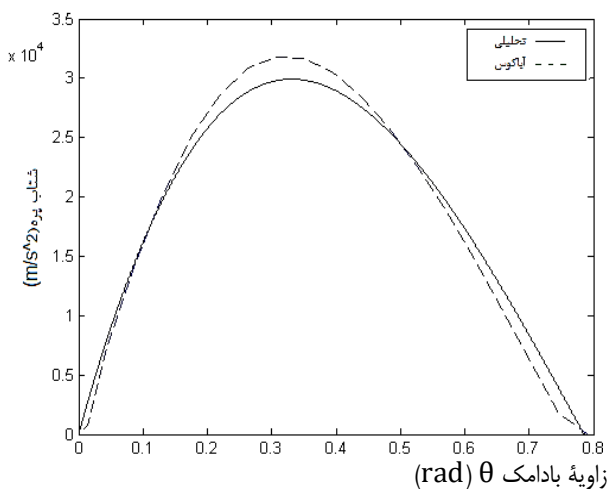
مقایسه بین شتاب به دست آمده از راه تحلیلی و شتاب خروجی آباکوس در شکل ۱۹ آمده است که می توان با کمی اغماض آنها را برابر دانست.

۱۲-۲- نیروی واکنش بادامک

نیروی عمود بر سطح بادامک با توجه به شکل ۲۰ و از معادله ۱۲ محاسبه می شود.

$$F_t = \mu F_n, \quad F_n = \frac{ma}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha} \quad (12)$$

μ ضریب اصطکاک است که در محاسبات برابر با ۰٫۲ در نظر گرفته شده است. α زاویه فشار است که با توجه به شکل ۲۱ و از معادله ۱۳ محاسبه می شود.



شکل ۱۹: مقایسه شتاب پره حاصل از حل تحلیلی و حل عددی آباکوس

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{V}{R_p \omega} \right) \quad (13)$$

که V سرعت عمودی است که برای پره ایجاد می شود، R_p شعاع متوسط بادامک و ω سرعت دورانی بادامک و یا پره است. با استفاده از معادلات ۱۲ و ۱۳ نیروی عمود بر سطح به دست می آید که در شکل ۲۲ با نیروی عمود بر سطح حاصل از آباکوس مقایسه شده است.

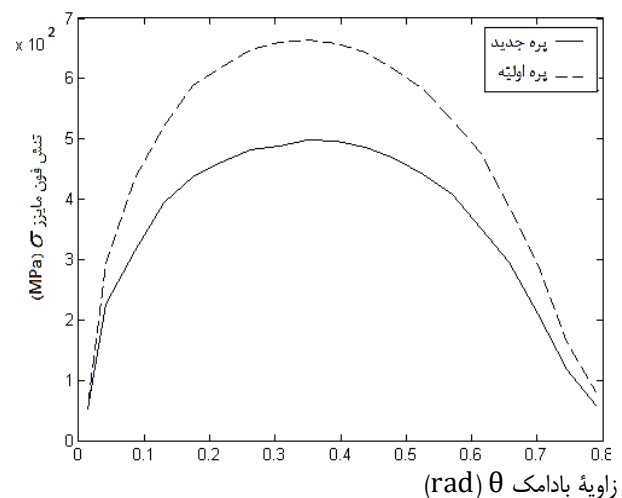
$$\left. \begin{aligned} I_o &= 778.1 \text{ mm}^4 \\ Q_o &= 179.56 \text{ mm}^3 \\ t_o &= 6.5 \text{ mm} \\ F_{x0} &= F_{x1} = F_x \\ I &= 793.2 \text{ mm}^4 \\ Q &= 125.125 \text{ mm}^3 \\ t &= 7 \text{ mm} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tau_o = 0.035 F_x \\ \tau = 0.023 F_x \end{cases}$$

همان طور که مشاهده می شود، تنش برشی کاهش یافته و نه تنها مشکلی ایجاد نشده است، بلکه شرایط بهبود یافته است.

با اطلاعات فوق جرم پره حدود ۷۳ گرم می شود. اینک با پره توخالی و با ابعاد جدید، تحلیلی که در قسمت ۹ انجام شد، تکرار و نتایج آن در شکل ۱۸ نشان داده می شود.

در شکل ۱۸ تنش در مجموعه بادامک و پره با استفاده از پره توپر و توخالی مقایسه شده است و کاملاً مشخص است که تنش کاهش یافته است. بیشینه تنش در پره توپر حدود ۶۶۴ MPa و در پره توخالی در حدود ۴۹۹ MPa است. این مقادیر نشان می دهد با کاهش وزن پره و توخالی کردن آن تنش به میزان ۲۴٪ کاهش می یابد و دست-یابی به این مقدار قدم بزرگی است، زیرا می توان دور موتور دوار پره ای را به بالاتر از ۷۰۰۰ د.د.د. رساند. البته تنش مکانیکی شدید تنها عاملی نیست که می تواند مانع افزایش سرعت موتور شود، بلکه تنش-های گرمایی و بحث خنک کاری و سوخت رسانی نیز می توانند هر کدام عامل محدود کننده در این زمینه باشند، اما در اینجا تنها به بررسی تنش های مکانیکی پرداخته می شود و سعی بر آن است تا بتوان مقدار آن را تضعیف کرد و ضریب اطمینان قابل قبولی به دست آورد، با توجه به مقدار کاهش قابل توجه تنش، از پره فولادی توخالی استفاده خواهد شد.



شکل ۱۸: تنش معیار فون مایزرز در مجموعه پره و بادامک با استفاده از پره توپر و توخالی (جنس پره ها: فولاد؛ منحنی بادامک: درجه پنج)

شکستگی‌هایی دیده می‌شود که در این مورد می‌توان به دلایل زیر اشاره کرد:

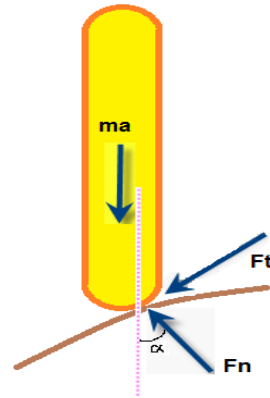
- ❖ سطح تماس بین دو قطعه (پره و سطح بادامک) در هر لحظه متغیر است و گاهی اوقات این سطح به کمترین مقدار (در برآمدگی بادامک) و گاهی دیگر به بیشترین مقدار (در گودی کف بادامک) می‌رسد.
- ❖ هر چند در نتایج تحلیلی اثرات تماس در یک طرف پره در نظر گرفته شده است، اما در عمل پره در فضای بین دو بادامک در حرکت است (شکل ۱۰) و وضعیت سطح تماس نیروها در یک طرف در هر لحظه برعکس وضعیت در طرف دیگر است و به سبب ایجاد تغییرات شتاب و تکانه که نتیجه آن لرزش موتور است، مشاهده تغییرات و شکستگی در نمودارها دور از انتظار نیست.

۱۳ - نتیجه

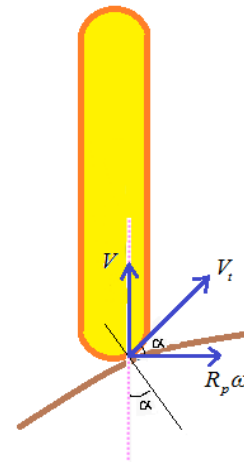
در این مقاله در مورد تنش‌های مکانیکی موتور دوار پره‌ای بحث شد. ابتدا از بین منحنی‌های معروف در ساخت بادامک‌ها، منحنی درجه پنج، از نظر شتاب و تکانه و ایجاد نسبت تراکم مناسب به‌عنوان بهترین گزینه برای ساخت بادامک‌های موتور دوار پره‌ای انتخاب شد. در ادامه تأثیر تغییر جنس پره در تنش بررسی و نتیجه‌گیری شد تغییر جنس پره از فولاد به تیتانیوم مقادیر تنش را ۲۹٪ کاهش می‌دهد. پس از آن با سبک‌سازی پره از طریق توخالی کردن آن، نیروی لختی پره کاهش داده شد که این مورد باعث کاهش ۲۴٪ تنش در مجموعه بادامک و پره گردید. بدین ترتیب امکان استفاده از این مدل برای ساخت موتور دوار پره‌ای با سرعت بالا فراهم می‌شود.

فهرست علائم

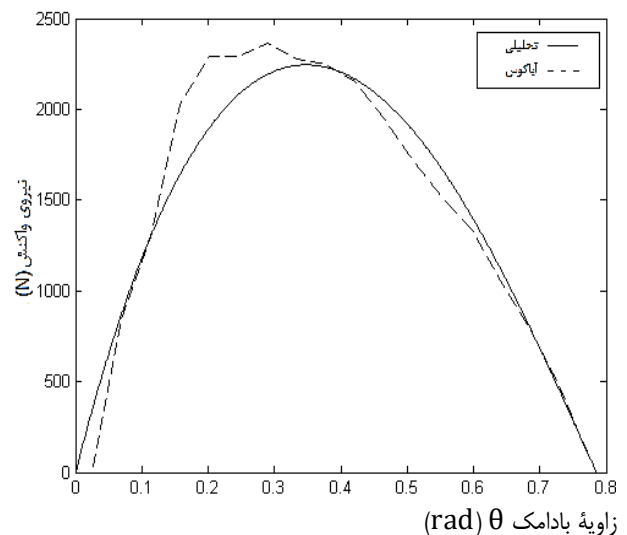
A	سطح مقطع، m^2
b	پهنای پره، m
c	بیشترین فاصله از مرکز خنثی، m
d	بازوی گشتاور، m
F	نیرو، N
h	ارتفاع بادامک، m
h	ارتفاع پره، m
I	گشتاور لختی سطح، m^4
M	گشتاور، N.m
Q	گشتاور اول سطح، m^3
R_p	شعاع متوسط بادامک، m
t	ضخامت پره، m
v	سرعت، m/s
y	جابه‌جایی، m



شکل ۲۰: نیروهای وارد بر پره در محل تماس آن با بادامک



شکل ۲۱: زاویه فشار بادامک و سرعت‌های افقی و عمودی پره



شکل ۲۲: مقایسه نیروی واکنش سطح حاصل از حل تحلیلی و حل عددی آباکوس

جواب آباکوس نیز با کمی اغماض در حدود جواب تحلیلی است؛ بنابراین می‌توان صحت نتایج را تأیید کرد. در نمودار شکل ۲۲

and Exposition, Ditriot, Michigan, march1-March5,1993
 [2] Hashemi.S.M, Rotary vane engine, internal report, Malek Ashtar University of Technology, Shiraz, Iran, 1390
 [3] Smith.J, Gregory. J, Thompson, Smith. J. E, Zero dimensional combustion modeling of an axial van rotary engine, West Virginia University,1997
 [4] Phillip. H, Burnside, Gregory. J, Thompson, Smith. J. E, Thermal modeling of an axial van rotary engine, Society of Automotive Engineering,1998
 [5] Orndorff. R, Thompson. G, Smith. J. E, Mucino. V. H, Rotor shaft bearing Analysis for selected rand cam engine configuration, Society of Automotive Engineering, pp. 813-820, 1995
 [6] Badgley. P, Mucino. V. H, Smith. J. E, The rand cam engine: A pistonless four stroke engine, Society of Automotive Engineering, paper No.940518, 1994
 [7] N.Satish, C.S.P.Rao, T.A.Janardhan Reddy, Optimization of cam-follower motion using B-spline, international Journal of Computer Integrated Manufacturing,2009
 [8] Popov.I, Afzali.M.R, Mechanical of material, Iran, Tehran, 1379

\dot{y}	m/s، سرعت
\ddot{y}	m/s ² ، شتاب
\ddot{y}	m/s ³ ، تکانه
α	زاویه فشار، deg
α	شتاب زاویه‌ای، rad/s ²
β	زاویه بالاروی بادامک، rad
θ	زاویه، rad
μ	ضریب اصطکاک، ...
ν	ضریب پواسون، ...
σ	تنش، Pa
τ	تنش برشی، Pa
ω	سرعت دورانی، rad/s

مراجع و منابع

[1] Clark. N. N, Smith. J. E, Mucino. V. H, Wohl. R, Thompson. G, McDaniel. T, Smith.J, Basic design of the rand cam engine, Society of Automotive Engineering Technical paper No. 930062, International congress



Optimization of Cam-Follower Curve of Rotary Vane Engine on Dynamic Analysis

S. M. Hashemi^{1*}, Y. Akbari²

¹Assistant Professor, Mechanical Engineering, Trend of Car Design and Construction, Malek Ashtar University of Technology, Shiraz, Iran, m-hashemi@mut.ac.ir

²MSc graduate, Mechanical Engineering, Trend of Car Design and Construction, Malek Ashtar University of Technology, Shiraz, Iran

*Corresponding Author

ARTICLE INFO

Article history:
Received: 19 May 2021
Accepted: 12 February 2022

Keywords:
Rotary vane engine
Cam curve
Cycloidal curve
3-4-5 poly nominal

ABSTRACT

A rotary vane engine is a new type of internal combustion engine having more combustion chambers in comparison to common engines; more combustion would be caused by it in each revolution of the crankshaft. Therefore a high amount of power can be generated while the mass of this engine is less than others. A rotary vane engine consists of four main parts including rotor, cams, vanes, and housing. Some of the critical points in designing this engine include the determination of the optimum number of vanes and thermal issues; it should be mentioned that little research has been performed in this field in previous publications. Generating a proper path for the vane to move freely on the cams and control stress where vanes contact cams, is another important factor in the design of this kind of engine because its operating speed is about 7000 rpm. Vane's acceleration resulting from cam profile would lead to an inertia force in vanes; this force would have an impact on cams and also would lead to stress generation. Therefore, the less acceleration is created in the blades, the fewer stresses will be, which the results show that with a decrease of 3.7% acceleration, the stress is reduced by 12%. In this paper, we study the different curves that are used in the construction of the cams, and the best curve in terms of lower acceleration, momentum, and stress created in the engine, as well as a higher compression ratio. Is selected. In addition to the curve of the cams, the mass of the blade also plays an important role in creating stress, and its lightness reduces the stress in the set of cams and blades. To reduce the mass, two methods of changing the sex and hollowing the blade are used. The results show that by changing the blade material from steel to titanium, the stress is reduced by 29%, and by hollowing the blade, the stress is reduced by 24%.

