



روش آنالیز بیشینه در پیش‌بینی نحوه توزیع سرعت و قطر قطرات پاشش

احسان موحدنژاد^۱، فتح‌اله امی^{۲*}، کورس نکوفر^۳

^۱دانشگاه آزاد اسلامی، واحد بین‌المللی جلفا، جلفا، ایران، movahed@iaui.ac.ir

^۲دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران، fommi@modares.ac.ir

^۳دانشگاه آزاد اسلامی، واحد چالوس، چالوس، ایران، nekoufar@iauc.ac.ir

*نویسنده مسئول، شماره تماس: ۰۹۱۲۱۳۳۴۷۶۷

اطلاعات مقاله

چکیده

تاریخچه مقاله:

دریافت: ۳۰ دی ۱۳۹۱

پذیرش: ۱۸ فروردین ۱۳۹۲

کلیدواژه‌ها:

پاشش

الگومای

توزیع قطرات

آنالیز بیشینه

سرعت و قطر قطرات

پیش‌بینی نحوه توزیع قطر و سرعت قطرات افشانه با توجه به اینکه این فرآیند و سازوکارهای تشکیل دهنده آن هنوز ناشناخته‌اند کار بسیار مشکلی است و به متغیرهایی زیادی بستگی دارد. مرحله اول فرآیند گردافشانی (شکست اولیه) با توجه به حرکت امواج به کمک تحلیل‌های پایداری قطعی و قابل تعیین است در حالی که مرحله دوم آن (شکست ثانویه) به صورت اتفاقی و تصادفی است و فرآیند اتفاقی توزیع قطر و سرعت قطرات را مورد توجه قرار می‌دهد. در این مرحله اصل آنالیز بیشینه در شرایطی که معادلات بقای جرم، اندازه حرکت و انرژی ارضاء می‌شوند، فرآیند گردافشانی و نحوه توزیع قطر و سرعت قطرات را پیش‌بینی می‌کند. در این مقاله نحوه توزیع سرعت و قطر قطرات حاصل برای فواره حلقوی و افشانه جریان چرخشی به کمک روش آنالیز بیشینه شانون الگومای شده و پس از مقایسه با نتایج تجربی تطابق خوبی با نتایج تجربی نشان می‌دهد. همچنین تأثیر برخی از متغیرهای مؤثر بر خصوصیات پاشش مانند عدد وبر، شاخص چشمه اندازه حرکت و انرژی بر نحوه توزیع قطر و سرعت قطرات بررسی شده است.

تمامی حقوق برای انجمن علمی موتور ایران محفوظ است.

(۱) مقدمه

در این مقاله با استفاده از روش آنتروپی بیشینه به الگومای توزیع اندازه و سرعت قطرات پاشش برای دو نمونه افشانه با الگو و مشخصات پاشش متفاوت پرداخته می‌شود و با توجه به نتایج، قابلیت این الگو برای انواع مختلف افشانه بررسی می‌شود. علاوه بر آن تأثیر برخی از متغیرهای مؤثر بر مشخصات پاشش بر روی توزیع اندازه و سرعت قطرات نشان داده می‌شود [۷-۱۴].

(۲) بررسی الگوی ریاضی و معادلات حاکم

برای استخراج معادلات حاکم و تعیین توزیع اندازه و سرعت ذرات یک حجم محاسباتی در خروجی افشانه در نظر گرفته می‌شود. حجم محاسباتی به صورتی است که ورودی حجم محاسباتی، خروجی افشانه است و تا محلی که قطرات تشکیل می‌شوند ادامه می‌یابد. شکل ۱، حجم محاسباتی متعلق به افشانه‌های پاشش مخروطی را نشان می‌دهد. با توجه به شکل، قطره‌ای که تشکیل یافته و از مایع مجاورش جدا شده خارج از حجم محاسباتی در نظر گرفته می‌شود و بدین ترتیب فعل و انفعالات قطره با حالت پیوسته محیط اطراف، خارج از حجم محاسباتی صورت می‌گیرد. فرآیند تشکیل قطره در داخل حجم محاسباتی می‌تواند به صورت انتقال از یک حالت تعادلی به حالت تعادلی دیگر در نظر گرفته شود. قوانین ترمودینامیک بیان می‌دارند که در انتقال از یک حالت تعادلی به حالت تعادلی دیگر، در کنار بقای جرم، اندازه حرکت و انرژی، تابع آنتروپی بیشینه خواهد شد. بنابراین پایه الگوی ریاضی در پاشش‌ها، تشخیص و طرح مناسب معادلات بقای جرم، اندازه حرکت و انرژی برای تحلیل سامانه‌های پاشش است. با توجه به معادلات آنتروپی بیشینه، معادلات بقا می‌توانند به صورت شاخص‌هایی از تابع چگالی احتمال P_{ij} بیان شوند. P_{ij} ، احتمال پیدا کردن قطره‌ای با حجم V_i و سرعت u_i را نشان می‌دهد. بنابراین معادلات ۱ (بقای جرم)، ۲ (اندازه حرکت) و ۳ (انرژی) بدین صورت بیان می‌شوند:

$$\sum_i \sum_j p_{i,j} V_i \rho \dot{n} = \dot{m}_o + s_m \quad (۱)$$

$$\sum_i \sum_j p_{i,j} V_i \rho \dot{n} u_j = \dot{J}_o + s_{mu} \quad (۲)$$

$$\sum_i \sum_j p_{i,j} \dot{n} (V_i \rho u_j^2 + 2\sigma A_i) = \dot{E}_o + s_e \quad (۳)$$

در این معادلات، \dot{n} نرخ تولید قطرات در پاشش، \dot{m}_o ، \dot{J}_o ، \dot{E}_o ، بترتیب شار جرمی، اندازه حرکت و انرژی است که از خروجی افشانه وارد حجم محاسباتی می‌شود و s_m ، s_{mu} و s_e بترتیب شاخص‌های چشمه برای معادلات جرم، اندازه حرکت و انرژی می‌باشند که برای هر متغیر اضافی که در این معادلات منظور نشده است، به کار می‌روند. قطرات علاوه بر انرژی جنبشی دارای انرژی سطحی می‌باشند که برای تشکیل قطره لازم است. بدین جهت شاخص $2\sigma A_i$ در معادله بقای انرژی منظور شده است. شکل مناسب‌تر این

در طول سالیان گذشته تحقیقات زیادی بر روی تدوین و تبیین الگوهای مختلف برای تبیین فرایند شکست فواره و تشکیل قطرات انجام شده است. الگوی متعارف برای الگومای توزیع قطر و سرعت قطرات روش‌های تجربی می‌باشند. که در آن یک منحنی بر روی مجموعه داده های بدست آمده از شرایط مختلف عملکرد افشانه، برازش می‌شود. اساس توزیع‌هایی چون روزین- رامبلر^۱ و نوکی یاما- تاناسووا^۲ و لوگ- کورنل^۳ و روت- کورنل^۴ و لوگ هیپربولیک^۵ این روش است. به عنوان جایگزین برای دیدگاه تجربی، یک روش تحلیلی برای الگومای توزیع اندازه ذرات در دو دهه گذشته رایج شده که به نام آنتروپی بیشینه^۶ معروف است.

اواخر دهه ۱۹۸۰ اصل حداکثر آنتروپی برای الگومای توزیع اندازه و سرعت قطرات در پاشش مورد توجه قرار گرفت و به موفقیت‌هایی نیز دست یافت. این دیدگاه با استفاده از مجموعه‌ای از اصول و قوانین که بیان‌کننده اطلاعاتی کلی راجع به سامانه‌اند به پیش‌بینی نحوه توزیع می‌پردازد. این روش بیان می‌کند که محتمل‌ترین توزیع اندازه قطرات به گونه ایست که تحت شرایط ارضا معادلات بقا، آنتروپی سامانه را بیشینه نماید. می‌توان با استفاده از الگوی MEF و با استفاده از مقادیر اولیه قطره‌های متوسط نحوه توزیع اندازه و سرعت قطرات در پاشش یا تابع چگالی احتمال^۷ را بدست آورد.

این روش را اولین بار سلنس و برزوستوفسکی^۸ [۱-۲] در سال ۱۹۸۶ ارائه کردند و بعدها تانکین و لی^۹ [۳] گسترش دادند که در آن از معادلات اولیه بقا و معادله انرژی سطح جزئی استفاده شده است. پس از آن احمدی و سلنس^{۱۰} [۴] توانستند توزیع اندازه قطرات را مستقل از توزیع سرعت آن‌ها بدست آورند. کوزین^{۱۱} [۵] استفاده درست از معادلات آنتروپی بیشینه را مورد توجه قرار داد و به این نکته اشاره کرد که این معادلات قادر به پیش‌بینی هر گونه توزیع در افشانه است. او از قطره‌های میانگین متفاوتی استفاده کرد و نتیجه گرفت که رابطه بین قطر ذرات و حجم آن‌ها باید در معادلات در نظر گرفته شود تا بتوان به یک توزیع حجمی مناسب رسید. لی و لی^{۱۲} [۶] الگوی جدیدی برای تخمین نحوه توزیع اندازه قطرات بر پایه مفهوم پایستاری ترمودینامیکی ارائه کردند که اساس آن بیشینه کردن تولید آنتروپی در طول فرایند پاشش است.

¹ Rosin and Rambler

² Nukiyama and Tanasawa

³ Log and Kornel

⁴ Root and kornel

⁵ Log hyperbolic

⁶ MEP

⁷ PDF

⁸ Sellens and Brzustowski

⁹ Tankin and Li

¹⁰ Sellense and Ahmadi

¹¹ Cousin

¹² Li and Li

\bar{V}_{n-1} و \bar{V}_n سرعت آن‌ها بین \bar{u}_{m-1} و \bar{u}_m باشند، بدین صورت است:

$$P\{\bar{V}_{n-1} \leq \bar{V} \leq \bar{V}_n, \bar{u}_{m-1} \leq \bar{u} \leq \bar{u}_m\} = \sum_{V_{n-1}} \sum_{u_{m-1}} P_{ij} = \quad (11)$$

عموماً در پاشش، اندازه و سرعت قطرات به طور پیوسته تغییر می‌کنند که در این صورت می‌توان میدان حل را به طور یکنواخت گسسته کرده و به جای استفاده از \sum ، معادلات را به صورت انتگرالی روی اندازه و سرعت قطره بیان کرد. همچنین می‌توان میدان حل را از حجم و سرعت قطره به قطر و سرعت قطره تغییر داد. بنابراین احتمال پیدا کردن قطراتی که قطر آن‌ها بین \bar{D}_{n-1} و \bar{D}_n و سرعت آن‌ها بین \bar{u}_{m-1} و \bar{u}_m است بدین صورت است:

$$p\{\bar{V}_{n-1} \leq \bar{V} \leq \bar{V}_n, \bar{u}_{m-1} \leq \bar{u} \leq \bar{u}_m\} = \sum_{V_{n-1}} \sum_{u_{m-1}} P_{ij} = \sum_{V_{n-1}} \sum_{u_{m-1}} \exp[-\lambda_0 - \lambda_1 \bar{V}_i - \lambda_2 \bar{V}_i \bar{u}_j - \lambda_3 (\frac{\bar{V}_i \bar{u}_j^2}{H} + \frac{B' k_i \bar{V}_i}{H})] \quad (12)$$

که در این معادله \bar{D}_{n-1} و \bar{D}_n قطرهای قطرات مربوط به حجم‌های \bar{V}_{n-1} و \bar{V}_n و f تابع چگالی احتمال اندازه و سرعت قطرات است:

$$f = 3\bar{D}^2 \exp[-\lambda_0 - \lambda_1 \bar{D}^3 - \lambda_2 \bar{D}^3 \bar{u} - \lambda_3 (\frac{\bar{D}^3 \bar{u}^2}{H} + \frac{B\bar{D}^2}{H})] \\ we = \frac{\rho \bar{u}_o^2 D_{30}}{\sigma} \\ B = \frac{12}{we} \quad (13)$$

سرعت نسبی بین مایع و گاز خیلی نزدیک به سرعت مایع در ناحیه مورد نظر این بررسی است (محل تشکیل قطرات). قطرات تولید شده در پاشش به طور نسبی کوچک است و معمولاً فرض می‌شود که در اثر کشش سطحی شکل کروی داشته باشند. معادلات ۴ تا ۸ نیز می‌توانند به صورت انتگرالی و در میدان حل سرعت و قطر قطره بیان شوند. بنابراین با توجه به مطالب بیان شده، برای بدست آوردن ضرایب لاگرانژ (λ_i) در تابع چگالی احتمال (f) لازم است که این دستگاه معادلات حل شود:

معادلات می‌تواند از تقسیم کردن معادلات به $\dot{E}_o, \dot{J}_o, \dot{m}_o$ بدست آید. با توجه به تعریف‌های سرعت متوسط اندازه حرکت و حجم متوسط قطرات در پاشش، معادلات بقای جرم، اندازه حرکت و انرژی بدین صورت در می‌آیند:

$$\sum_i \sum_j P_{ij} (\frac{V_i}{V_m}) = 1 + \frac{S_m}{\dot{m}_o} \quad (4)$$

$$\sum_i \sum_j P_{ij} (\frac{V_i}{V_m}) (\frac{u_j}{u_o}) = 1 + \frac{S_{mu}}{\dot{J}_o} \quad (5)$$

$$\sum_i \sum_j P_{ij} (\frac{V_i}{V_m}) \frac{1}{H} \left[(\frac{u_j}{u_o})^2 + B' k_i \right] = 1 + \frac{S_e}{\dot{E}_o} \quad (6)$$

در این معادلات، k_i نسبت مساحت به حجم قطرات در اندازه گروه i است و $k_i = \frac{A_i}{V_i}$ و $B' = \frac{2\sigma}{\rho \bar{u}_o^2} \cdot H$ شاخص شکل توزیع سرعت است و بدین صورت بیان می‌شود:

$$H = \frac{\left(\frac{\dot{E}_o}{\dot{m}_o} \right)}{\bar{u}_o^2} = \frac{\left(\frac{\dot{E}_o}{\dot{m}_o} \right)}{\left(\frac{\dot{J}_o}{\dot{m}_o} \right)^2} \quad (7)$$

وقتی توزیع سرعت خروجی یکنواخت است مقدار شاخص شکل (H) برابر ۱ است. همچنین حجم، سرعت و شاخص‌های چشمه بی‌بعد به صورت $\bar{s}_m = \frac{S_m}{\dot{m}_o}$ و $\bar{u}_j = \frac{u_j}{u_o}$ و $\bar{V}_i = \frac{V_i}{V_m}$ و $\bar{s}_e = \frac{S_e}{\dot{E}_o}$ و $\bar{s}_{mu} = \frac{S_{mu}}{\dot{J}_o}$ بیان می‌شوند. علاوه بر این سه معادله، با توجه به مفهوم احتمال، مجموع احتمالات موجود باید برابر ۱ باشد:

$$\sum_i \sum_j P_{ij} = 1 \quad (8)$$

همانطور که قبلاً اشاره شد، بی‌نهایت دسته از توزیع‌های احتمال P_{ij} وجود دارد که معادلات ۴ تا ۸ را پوشش می‌دهد. از این مجموعه جواب، مناسب‌ترین توزیع آن است که آنتروپی شانون را بیشینه کند.

$$S = -k \sum_i \sum_j P_{ij} \ln P_{ij} \quad (9)$$

با استفاده از روش ضرایب لاگرانژ، توزیع احتمالی که این آنتروپی را بیشینه نماید بدین صورت بدست می‌آید:

$$P_{ij} = \exp \left[-\lambda_0 - \lambda_1 \bar{V}_i - \lambda_2 \bar{V}_i \bar{u}_j - \lambda_3 \left(\frac{\bar{V}_i \bar{u}_j^2}{H} + \frac{B' k_i \bar{V}_i}{H} \right) \right] \quad (10)$$

برای بدست آوردن ضرایب (λ_i) باید معادلات ۴ تا ۸ و ۱۰ به طور همزمان حل شوند. احتمال پیدا کردن قطراتی که حجم آن‌ها بین

انتقال انرژی از طریق انتقال گرما و تبادل انرژی در اثر تبخیر و یا تقطیر است. وقتی که مایع از افشانه به محیط گازی وارد می‌شود، مقداری از انرژی جنبشی برای تشکیل سطح آزاد و متعاقب آن تشکیل قطره مصرف می‌شود. این انرژی که انرژی سطح نامیده می‌شود، نتیجه‌ای است از تبدیل صورتی از انرژی به صورتی دیگر در داخل حجم محاسباتی و بنابراین در شاخص چشمه انرژی (Se) وارد نمی‌شود.

۴) حل عددی معادلات حاکم

برای بدست آوردن این تابع نیاز است که ضرایب لاگرانژ (λ_i) موجود در معادله ۱۳ مشخص شوند. این ضرایب با حل همزمان دستگاه معادلات ۱۴ بدست می‌آیند. در این بررسی برای حل این دستگاه معادلات از روش عددی "نیوتن-رافسون" استفاده شده است. برای حل این معادلات، ابتدا مقادیری برای $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ به عنوان حدس اولیه در نظر گرفته می‌شود. با استفاده از این مقادیر و با استفاده از روش "نیوتن-رافسون" مقدار جدید λ_0 و سپس مقادیر جدید $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ بدست می‌آید و این کار تا رسیدن به جواب نهایی ادامه می‌یابد.

آنچه که در حل این معادلات قابل توجه است، این است که توابع G_i و مشتقات آن‌ها، توابع انتگرالی‌اند که برای محاسبه مقدار توابع G_i و مشتقات آن‌ها نیاز است که این انتگرال‌های دوگانه در هر مرحله از تکرار، به صورت عددی انتگرال گیری شوند. نکته دیگر در همگرایی جواب‌ها است. مشکلی که در همگرایی وجود دارد، حدس اولیه مقادیر λ_i است. در این مورد که توابع G_i و مشتقات آن‌ها، توابعی انتگرالی و توابع داخل انتگرال‌ها توابع نمایی‌اند، در صورتی که حدس اولیه λ_i اشتباه باشد، حل سریعاً واگرا می‌شود.

۵) الگومایی

برای ارزیابی روش آنتروپی بیشینه برای تعیین تابع چگالی احتمال، این روش برای شرایط عملکرد ویژه آزمایش می‌شود و فواره حاصل از یک افشانه به صورت مخروط توخالی الگومایی می‌شود. شرایطی که برای آزمایش انتخاب شد، شرایطی است که لی و تانکین [۶-۷] در بررسی‌های خود در نظر گرفتند. شرایط در نظر گرفته شده، سیالی (آب در دمای ۲۰ درجه) است که به یک محیط پیوسته ساکن (هوا در دمای ۲۰ درجه و در فشار ۱ اتمسفر) پاشیده می‌شود. مشخصات افشانه و جریان سیال خروجی در جدول ۱ آمده است.

اگر توزیع سرعت در خروجی افشانه یکنواخت فرض شود، ضریب شکل توزیع سرعت (H) برابر یک خواهد بود ولی اگر جریان در خروجی افشانه، جریان مغشوش توسعه یافته کامل باشد، مقدار H برابر $1/0.1647$ خواهد بود و اگر جریان توسعه یافته نسبی باشد، مقدار بین ۱ و $1/0.1647$ خواهد بود [۶]. با توجه به این که لی و تانکین در

$$\left\{ \begin{aligned} \int_{\bar{D}_{\min}}^{\bar{D}_{\max}} \int_{\bar{u}_{\min}}^{\bar{u}_{\max}} f \bar{D}^3 d\bar{u} d\bar{D} &= 1 + \bar{s}_m \\ \int_{\bar{D}_{\min}}^{\bar{D}_{\max}} \int_{\bar{u}_{\min}}^{\bar{u}_{\max}} f \bar{D}^3 \bar{u} d\bar{u} d\bar{D} &= 1 + \bar{s}_{mu} \\ \int_{\bar{D}_{\min}}^{\bar{D}_{\max}} \int_{\bar{u}_{\min}}^{\bar{u}_{\max}} f \left(\frac{\bar{D}^3 \bar{u}^2}{H} + \frac{B \bar{D}^2}{H} \right) d\bar{u} d\bar{D} &= 1 + \bar{s}_e \\ \int_{\bar{D}_{\min}}^{\bar{D}_{\max}} \int_{\bar{u}_{\min}}^{\bar{u}_{\max}} f d\bar{u} d\bar{D} &= 1 \\ f &= 3\bar{D}^2 \exp[-\lambda_0 - \lambda_1 \bar{D}^3 - \lambda_2 \bar{D}^3 \bar{u} - \lambda_3 \left(\frac{\bar{D}^3 \bar{u}^2}{H} + \frac{B \bar{D}^2}{H} \right)] \end{aligned} \right. \quad (14)$$

در معادلات مشاهده می‌شود که میدان حل از \bar{D}_{\min} تا \bar{D}_{\max} از \bar{u}_{\min} تا \bar{u}_{\max} تغییر می‌کند. تغییرات \bar{D} و \bar{u} در داخل میدان حل، مستقل از هم می‌باشند. بدین معنی که احتمال وجود هر قطره‌ای (با سرعت دلخواه \bar{u} و قطر دلخواه \bar{D}) در داخل میدان حل در نظر گرفته می‌شود.

۳) شاخص‌های چشمه^۱

به غیر از سیالی که از افشانه وارد حجم محاسباتی شده و قطراتی که پس از تشکیل از حجم محاسباتی خارج می‌شوند، اگر جرمی وارد حجم محاسباتی شده و یا از آن خارج شود باید در شاخص چشمه جرم منظور شود. به عنوان یکی از مواردی که باعث این تبادل جرم می‌شود، می‌توان از تبخیر و تقطیر مایع در حین پاشش نام برد. اگر در محدوده حجم محاسباتی بین سیال و حالت پیوسته تبادل اندازه حرکت صورت گیرد، این انتقال اندازه حرکت باید در شاخص چشمه اندازه حرکت وارد شود. به عنوان یکی از موارد انتقال اندازه حرکت می‌توان از اثر نیروی پسا روی بدنه مایع نام برد. نیروی پسا با سرعت نسبی گاز و مایع نسبت مستقیم دارد.

در معادلات آنتروپی بیشینه که در این بررسی به کار گرفته شده است، تمامی چاه‌ها و چشمه‌های انرژی (از قبیل چاه‌ها و چشمه‌های انرژی جنبشی، انرژی سطح، انرژی اغتشاشی و غیره) در یک شاخص چشمه انرژی^۲ جمع خواهند شد. اگر در داخل حجم محاسباتی صورتی از انرژی به صورتی دیگر تبدیل شود، در شاخص چشمه انرژی مداخله‌ای نخواهد داشت. بنابراین آنچه که به عنوان چاه یا چشمه انرژی در نظر گرفته می‌شود، انرژی‌هایی‌اند که به حجم محاسباتی وارد و یا از آن خارج می‌شوند ولی در معادلات حاکم منظور نشده‌اند. از مواردی که به عنوان چشمه یا چاه انرژی می‌توان در نظر گرفت،

¹ Source Terms

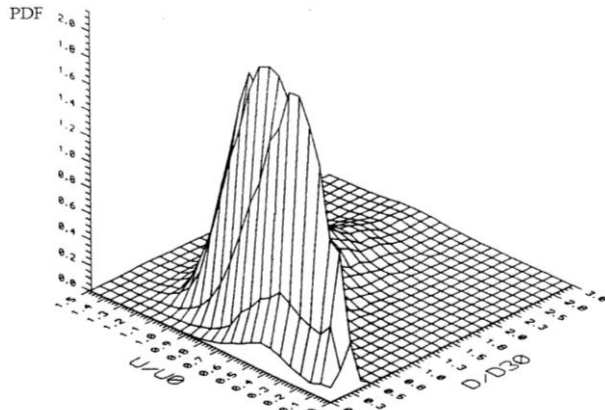
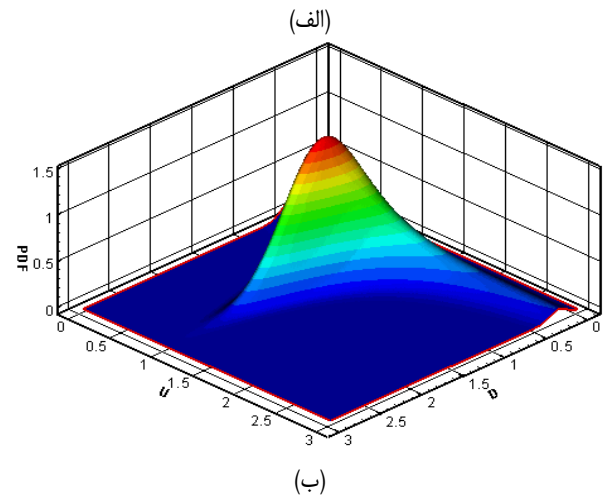
² Se

آورده و با استفاده از این مقدار محاسبه شده، مقدار شاخص چشمه اندازه حرکت مطابق جدول ۳ تخمین زده می‌شود. عدد رینولدزی که برای تخمین شاخص چشمه در نظر گرفته می‌شود بر پایه سرعت فواره در خروجی از افشانه بوده است [۷]. سرعت هوا نیز برابر میانگین حداقل سرعت لایه (سرعت در ناحیه خروجی افشانه) و سرعت لایه در محل محاسبه نیروی اصطکاک در نظر گرفته می‌شود که بدین ترتیب از مقدار میانگین سرعت بنوعی انتگرال گیری می‌شود.

جدول ۳: مقدار محاسبه شده شاخص چشمه اندازه حرکت	
عدد بی بعد شاخص چشمه اندازه حرکت	0.017×10^{-2}
مقدار نیروی پسا (N)	1.953×10^{-3}
سرعت هوا	سرعت میانگین اصلاح شده

۶) نتایج حل عددی

توزیع احتمال سرعت- اندازه پیش‌بینی شده و اندازه‌گیری شده به صورت سه بعدی در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱: مقایسه توزیع احتمال سرعت- اندازه نظری و تجربی، توزیع احتمال سرعت- اندازه (الف) پیش‌بینی شده و (ب) اندازه‌گیری شده [۷]

بررسی‌های خود، توزیع سرعت در خروجی افشانه را یکنواخت فرض کردند، در اینجا نیز ضریب شکل توزیع سرعت (H) برابر یک در نظر گرفته شده است. با توجه به مقادیر فرض شده در جدول ۱، متغیرهای جدول ۲ قابل محاسبه می‌باشند.

جدول ۱: مشخصات پاشش [۷]

چگالی	$998.2 \text{ (Kg/m}^3\text{)}$	
خواص سیال	کشش سطحی	0.0736 (N/m)
چگالی	$1.22 \text{ (Kg/m}^3\text{)}$	
خواص هوای اطراف	گرانروی مطلق	$1.915 \times 10^{-5} \text{ (N/m.s)}$
مشخصات	قطر خروجی	0.002 (m)
افشانه	ضخامت شکاف حلقوی	$1.097 \times 10^{-5} \text{ (m)}$
شار	سرعت متوسط	$2.809 \times 10^{-3} \text{ (Kg/s)}$
شرایط پاشش	سرعت چرخشی اولیه	40.8 (m/s)
	زاویه اولیه پاشش	0
	قطر متوسط جرمی	24.4
	ضریب شکل	$1.37 \times 10^{-5} \text{ (m)}$
		1

جدول ۲: نرخ اندازه حرکت و انرژی ورودی به حجم محاسباتی

عدد وبر	We	۳۱۱
نرخ اندازه حرکت ورودی به حجم محاسباتی	jo	0.1147 (N)
نرخ انرژی ورودی به حجم محاسباتی	EO	4.684 (Nm/s)

برای حل معادلات حاکم ارائه شده، میدان حل بدین صورت انتخاب می‌گردد:

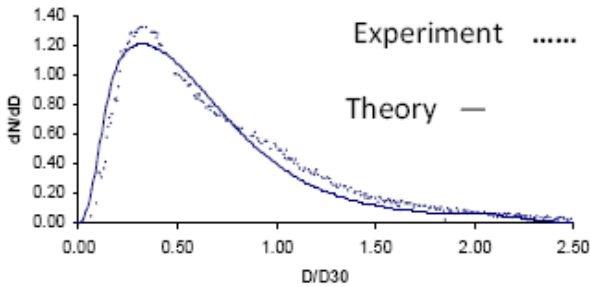
$$\bar{D}_{\min} = 0 \quad , \quad \bar{D}_{\max} = 3$$

$$\bar{u}_{\min} = 0 \quad , \quad \bar{u}_{\max} = 3$$

مقادیر چشمه تمام معادلات بقای ارائه شده به جز اندازه حرکت برابر صفر در نظر گرفته شد. زیرا در صورتی که چشمه اندازه حرکت نیز صفر در نظر گرفته شود معادلات بقا اندازه حرکت و انرژی جنبشی به گونه‌ای می‌شود که تغییرات سرعت صفر خواهد شد و این مطلب با واقعیت در تضاد است. همچنین در الگومایی از تبخیر قطرات و برخورد و به هم پیوستن آن‌ها صرف نظر می‌شود و به منظور تعیین تأثیر هوا بر قطرات، تمام قطرات کروی فرض می‌شود.

یکی از مواردی را که می‌توان در تبادل اندازه حرکت بین مایع و حالت پیوسته در نظر گرفت، اثر نیروی پسا بدنه مایع است. برای تخمین نیروی پسا، لایه مخروطی را از فاصله خروجی افشانه تا ناحیه شروع شکست لایه سیال باز کرده و به یک شکل مثلث تقرب زده می‌شود. به عنوان تقرب فرض می‌شود که این صفحه تخت ساکن بوده و هوا با سرعت نسبی مایع گاز روی آن حرکت می‌کند. با استفاده از جریان لایه مرزی آرام عبوری از یک صفحه تخت، مقدار C_f را به دست

"اندازه- سرعت" روی بازه سرعت‌ها بدست آمده است [۸]. همان طور که در شکل مشاهده می‌شود، هماهنگی خوبی بین توزیع احتمال اندازه نظری و تجربی قطرات وجود دارد.



شکل ۳: مقایسه نمودارهای توزیع اندازه قطرات نظری و تجربی

حال با استفاده از الگوی آنتروپی بیشینه، توزیع اندازه قطرات برای افشانه جریان چرخشی قابل پیش بینی است [۹]. با استفاده از نتایج تجربی بدست آمده برای این افشانه که در جدول ۴ ارائه شده می‌توان نتایج الگومایی و تجربی را مقایسه نمود. نتایج تجربی برای نزدیک‌ترین موقعیت ممکن به ناحیه شکست لایه سیال و در جایی که قطرات قابلیت اندازه گیری و ثبت را به کمک سامانه PDPA دارند بدست آمده است. برخی از متغیرهای لازم برای الگومایی MEP برای شرایط پاشش این افشانه نیز در جدول ۵ ارائه شده است.

جدول ۴: مشخصات هندسی و عملکردی انژکتور چرخشی

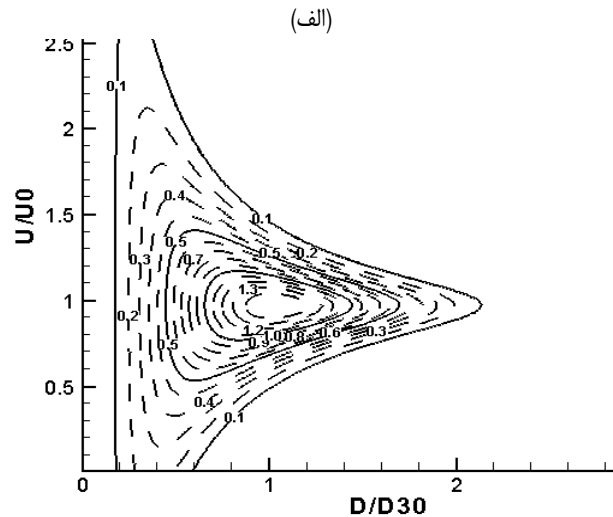
خواص سیال	چگالی	۹۹۸,۲ (kg/m ³)
	کشش سطحی	۰,۰۷۳۶ (N/m)
مشخصات افشانه	قطر خروجی	۵ (mm)
	طول افشانه	۵۰ (mm)
	ضخامت لایه سیال	۰,۵ (mm)
شرایط پاشش	شار جرمی	۰,۰۸۲ (kg/s)
	سرعت متوسط	۱۳ (m/s)
	اختلاف فشار	۳,۵ (bar)
	زاویه پاشش	۹۰ (°)
	قطر متوسط	۷۵ (μm)

جدول ۵: مقادیر محاسبه شده چشمه اندازه حرکت و انرژی و مشخصات

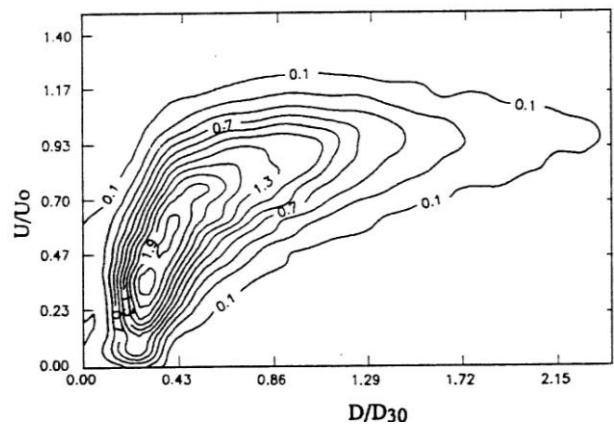
امواج برای افشانه جریان چرخشی

طول شکست	L_b	۲۸ (mm)
قطر متوسط	D_m	۷۵ (μm)
نرخ رشد بیشینه	$\bar{\omega}$	۱,۰۸
عدد موج	\bar{k}	۲۵
عدد رینولدز	Re	۲۶۰۰۰
مقدار نیروی پسا	F	۰,۰۰۱۵ (N)
چشمه اندازه حرکت	S_{mu}	-۰,۰۰۱
چشمه انرژی	S_e	۰,۱۵۵

نتایج پیش‌بینی شده در شکل ۱ (الف) و نتایج آزمایشگاهی لی و تانکین^۱ [۷] در شکل ۱ (ب) نشان داده شده است. خط مرزهای هم‌احتمال پیش‌بینی شده و اندازه‌گیری شده نیز در شکل‌های ۲ ارائه شده است.



(ب)

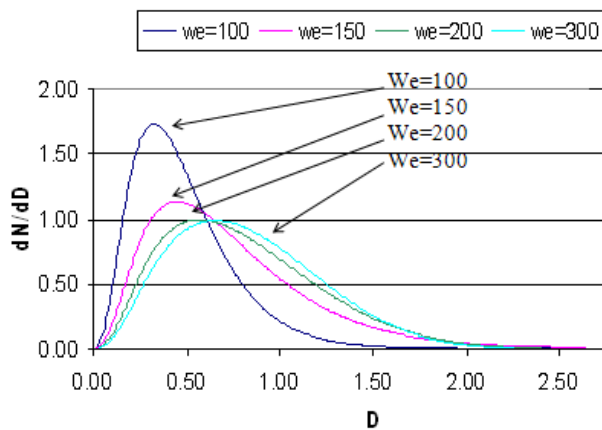


شکل ۲: مقایسه خط مرزهای هم‌احتمال نظری و تجربی، خط مرزهای هم‌احتمال (الف) پیش‌بینی شده و (ب) اندازه‌گیری شده [۷]

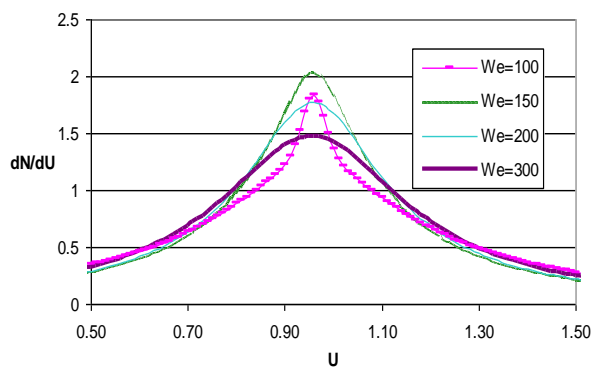
تفاوتی که در نحوه توزیع خط مرزهای هم‌احتمال وجود دارد ناشی از دقت اندازه‌گیری میزان شاخص چشمه اندازه حرکت ناشی از نیروی پسای وارد بر قطرات پس از شروع شکست فواره است. زیرا همان طور که گفته شد برای پاشش مورد بررسی شکست فواره مخروطی شکل در فاصله ۷ سانتیمتر از افشانه اتفاق می‌افتد، در صورتی که ناحیه اندازه‌گیری سرعت و قطر قطرات در فاصله ۱۰ سانتیمتر است و در این فاصله قطرات از فواره سیال ایجاد می‌شوند و در محاسبه شاخص چشمه اندازه حرکت نیروی پسای وارد بر قطرات محاسبه نشده است. شکل ۳ توزیع احتمال اندازه پیش‌بینی شده و اندازه‌گیری شده قطرات را نشان می‌دهد که این تابع، از انتگرال‌گیری تابع احتمال

¹ Li and Tankin

قطرات بزرگ‌تر از ۱۶۰ میکرومتر احتمال حضور ناچیزی را پیش‌بینی می‌کند. به عبارت دیگر در حالیکه الگوی MEP برای قطرات با قطر متوسط ۵۰ تا ۱۰۰ میکرومتر فراوانی توزیع بیشتری را نشان می‌دهد، ولی برای قطرات بزرگ مقادیر احتمال حضور کمتری را پیش‌بینی می‌کند. در این قسمت تأثیر افزایش عدد وبر بر نحوه توزیع سرعت و قطر قطرات در افشانه بررسی می‌شود. افزایش عدد وبر همواره باعث افزایش ناپایداری فواره سیال شده و باعث می‌شود تا شکست فواره و تولید قطرات زودتر اتفاق افتد. در شکل‌های ۶ و ۷ تغییر نحوه توزیع قطر و سرعت قطرات در فاصله ۱۰ سانتیمتر از افشانه و بعد از شروع شکست فواره و تولید قطرات به ازای عددهای وبر مختلف نشان داده شده است.



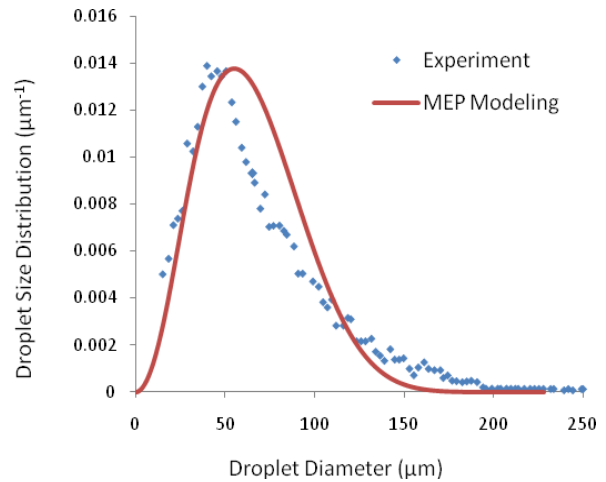
شکل ۶: نمودار توزیع اندازه بی بعد قطرات افشانه در فاصله ۱۰ سانتیمتر از افشانه با افزایش عدد وبر



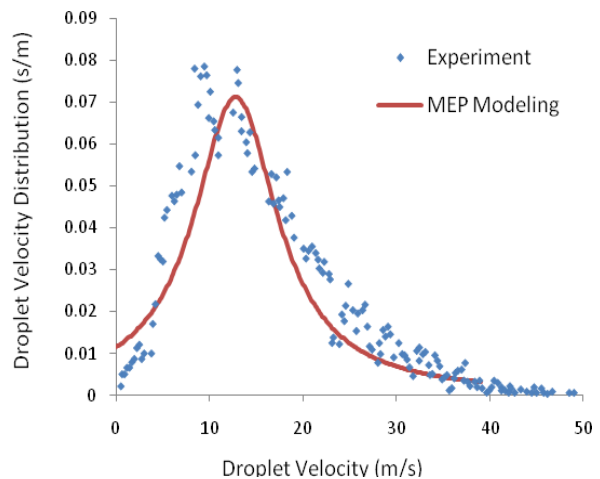
شکل ۷: نمودار توزیع سرعت بی بعد قطرات افشانه با افزایش عدد وبر

با توجه به شکل ۴ با افزایش عدد وبر نمودار توزیع اندازه قطرات تخت‌تر می‌شود و مقدار بیشینه آن کاهش می‌یابد و لذا توزیع اندازه قطرات یکنواخت‌تر می‌شود. البته پس از رسیدن عدد وبر به یک حد مشخص تغییرات نمودار توزیع کمتر و حتی روند آن معکوس نیز می‌شود. این مسئله در توزیع سرعت قطرات شکل بعد بهتر دیده می‌شود. در شکل ۷ نیز با افزایش عدد وبر از مقداری کوچک تا رسیدن به مقدار معینی نمودار توزیع سرعت جمع‌تر و کشیده‌تر

در شکل ۴ و ۵ توزیع قطر و سرعت قطرات پاشش پیش‌بینی شده با الگوی MEP توسعه یافته و با در نظر گرفتن اغتشاش جریان نشان داده شده و با داده‌های تجربی این افشانه مقایسه گردیده است.



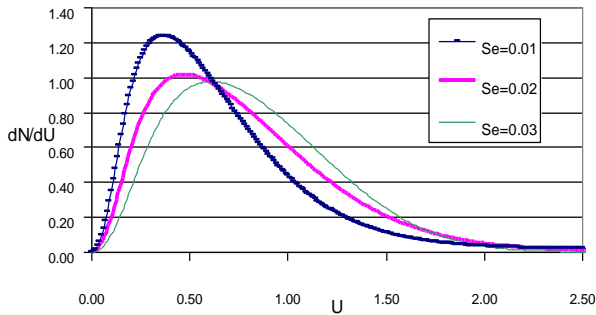
شکل ۴: مقایسه نتایج الگومای توزیع قطر قطرات پاشش با داده‌های تجربی افشانه جریان چرخشی [۹]



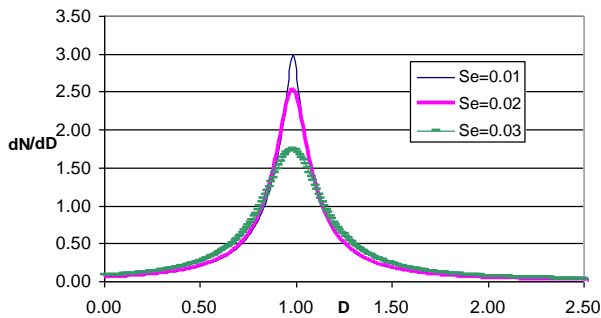
شکل ۵: مقایسه نتایج الگومای توزیع سرعت قطرات پاشش با داده‌های تجربی افشانه جریان چرخشی [۹]

همانطور که دیده می‌شود اختلاف اندکی بین نتایج الگومای و تجربی وجود دارد که عواملی چون تفاوت احتمالی موقعیت الگومای و اندازه گیری و فرضیات در نظر گرفته شده در الگومای را می‌توان در آن دخیل دانست. البته نتایج توزیع سرعت قطرات در شکل ۵ اختلاف کمتری را نشان می‌دهد.

با توجه به شکل ۵ بیشینه میزان حجمی قطرات دارای قطر ۵۰ میکرومتر می‌باشند و فراوانی قطرات به ازای قطرهای کوچک‌تر بیشتر است. با توجه به نتایج تجربی به ازای قطرهای بزرگتر از ۱۵۰ میکرومتر فراوانی قطرات بشدت کاهش می‌یابد و در محدوده ۲۰۰ میکرومتر به صفر می‌رسد. در صورتی که نتایج الگومای به ازای



شکل ۱۰: نمودار توزیع قطر بی بعد قطرات افشانه در فاصله ۱۰ سانتیمتری از افشانه با افزایش مقدار شاخص چشمه انرژی



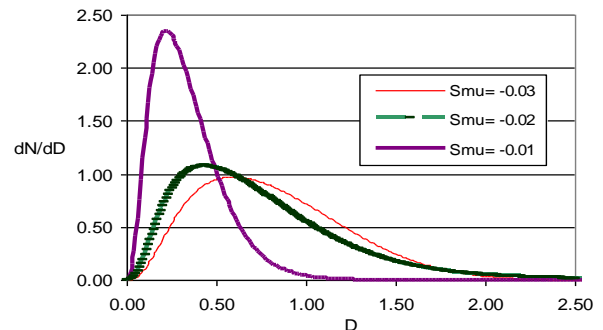
شکل ۱۱: نمودار توزیع سرعت بی بعد قطرات افشانه در فاصله ۱۰ سانتیمتری از افشانه با افزایش مقدار شاخص چشمه انرژی

۷ نتیجه گیری

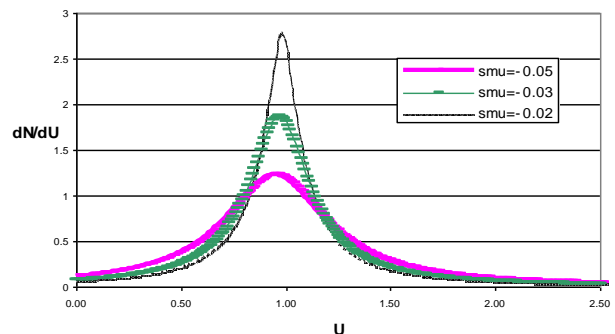
در این مقاله، فرآیند اتفاقی توزیع قطر و سرعت قطرات با استفاده از اصل آنتروپی بیشینه الگو شده و نحوه توزیع سرعت و قطر قطرات پس از شکست فواره و تشکیل قطرات پیش‌بینی می‌شود. استفاده از روش آنتروپی بیشینه برای الگونمایی توزیع اندازه و سرعت قطرات برای سامانه‌های در تعادل ترمودینامیکی قابل استفاده است. در حالی که فرآیند تشکیل افشانه برگشت ناپذیر و غیر عایق است و همواره بین مایع گردافشانی شده و محیط گازی اطراف آن تقابلاتی وجود دارد. لذا تطبیق نتایج حاصل از الگونمایی به روش MEP با نتایج تجربی کار مشکلی است. معذالک نتایج ارائه شده با وجود فرضیاتی برای ساده سازی حل مطابقت خوبی را با داده های تجربی نشان می‌دهد که نشانگر توانایی این الگو برای در نظر گرفتن تأثیر فرایندهای داخل حجم محاسباتی فواره است. با توجه به اینکه در معادلات حاکم توابع و مشتقات آنها، انتگرالی و توابع داخل انتگرال‌ها نمایی اند، حل به حدس اولیه حساس است و در صورتی که حدس اولیه μ اشتباه باشد، حل سریعاً واگرا می‌شود. تخمین دقیق شاخص چشمه اندازه حرکت از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است و برای بدست آوردن نتایج دقیق لازم است اثر تغییرات سرعت نسبی گاز و مایع را در تخمین نیروی پسا در نظر داشت و همچنین نیروی پسای وارد بر قطرات پس از شروع شکست را نیز در نظر گرفت. به منظور

می‌شود و در نتیجه توزیع سرعت قطرات دارای قله بزرگ‌تری می‌شود. با بزرگ‌تر شدن عدد وبر از مقدار بحرانی، روند معکوس می‌شود و توزیع سرعت قطرات پهن‌تر و بیشینه آن کاهش می‌یابد و در نتیجه توزیع سرعت یکنواخت‌تر می‌شود. لذا دیده می‌شود یک عدد وبر بحرانی در نحوه توزیع سرعت و قطر قطرات وجود دارد که برای شرایط حل مسئله حدود ۲۰۰ است.

تمامی چاه‌ها و چشمه‌های انرژی (از قبیل چاه‌ها و چشمه‌های انرژی جنبشی، انرژی سطح، انرژی اغتشاشی و غیره) در یک شاخص چشمه انرژی (Se) جمع خواهند شد. آنچه که به عنوان چاه یا چشمه انرژی در نظر گرفته می‌شود، انرژی‌هایی اند که به حجم محاسباتی وارد و یا از آن خارج می‌شوند و اگر در داخل حجم محاسباتی صورتی از انرژی به صورتی دیگر تبدیل شود، در شاخص چشمه انرژی مداخله ای نخواهد داشت. در جریان‌های درهم، سرعت‌های نوسانی یک انرژی جنبشی اضافی را وارد حجم محاسباتی می‌کنند که در معادلات حاکم وارد نشده است. این انرژی اغتشاشی که می‌تواند برای خرد شدن فواره و تشکیل قطره صرف شود، یک چشمه انرژی محسوب شده و برای افزایش دقت نتایج باید در شاخص چشمه انرژی وارد شود [۱۰-۱۱]. بنابراین انتظار می‌رود با افزایش شاخص چشمه انرژی میزان کیفیت گردافشانی افزایش یابد که به یکنواخت شدن توزیع سرعت و قطر قطرات می‌انجامد. این موضوع در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ برای توزیع قطر و سرعت قطرات نشان داده شده است.



شکل ۸: نمودار توزیع قطر بی‌بعد قطرات افشانه در فاصله ۱۰ سانتیمتری از افشانه با افزایش مقدار شاخص چشمه اندازه حرکت



شکل ۹: نمودار توزیع سرعت بی بعد قطرات افشانه در فاصله ۱۰ سانتیمتری از افشانه با افزایش مقدار شاخص چشمه اندازه حرکت

- [6] X. Li, M. Li, Droplet size distribution in sprays based on maximization of entropy generation, *Entropy*, Vol. 5, pp. 417-431, 2003
- [7] X. Li, L.P. Chin, R. S. Tankin, Comparison between experiments and predictions based on maximum entropy, *Combustion and Flame*, Vol. 86, pp. 73-89, 1991
- [8] L. Huimin, Science and engineering of droplets, William Andrew Publishing, New York, 2000
- [9] E. Movahednejad, Prediction of droplet size and velocity distribution in spray using maximum entropy method, PhD Thesis, Tarbiat Modares University, 2010
- [10] H.P. Trinh, Modeling of turbulence effect on liquid jet atomization, PhD Thesis, The University of Alabama, 2004
- [11] E. Movahednejad, F. Ommi, S.M. Hosseinalipour, C.P. Chen, Application of maximum entropy method for droplet size distribution prediction using instability analysis of liquid sheet, *Heat Mass Transfer*, Vol. 47, pp. 1591-1600, 2011
- [12] E. Movahednejad, F. Ommi, M. Hosseinalipour, Prediction of droplet size and velocity distribution in droplet formation region of liquid spray, *Entropy*, Vol. 12, No. 6, pp. 1484-1498, 2010
- [13] F. Ommi, E. Movahednejad, K. Nekofar, Prediction of droplet size and velocity distribution in spray using maximum entropy method, *Momentum*, Vol. 10, No. 1, 2009
- [14] E. Movahednejad, F. Ommi, Application of maximum entropy method for droplet size distribution prediction using instability analysis of liquid V-sheet, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 47, No.12, pp. 1591-1600, 2011

در نظر گرفتن تأثیر اغتشاش اولیه جریان خروجی از افشانه و انتقال حرارت بین دو حالت لازم است شاخص چشمه انرژی محاسبه شود. با توجه به اینکه عامل اصلی تشکیل امواج ناپایدار در خروجی افشانه حضور اغتشاشات اولیه در جریان سیال مایع است، لذا با در نظر گرفتن اغتشاش در جریان فواره خروجی از افشانه و جریان مغشوش داخل افشانه می‌توان شاخص چشمه انرژی را دقیق‌تر محاسبه نمود. گردابه‌های اغتشاشی با ایجاد ناپایداری در سطح فواره انتهایی نیز موجب جدا شدن تکه‌های کوچک از سطح سیال می‌شوند که این قطرات بسیار کوچک‌اند و بیشتر در ناحیه اولیه خروج فواره از افشانه و قبل از شکست لایه سیال تشکیل می‌شوند و سازوکار تشکیل آنها متفاوت از قطراتی است که تحت تأثیر رشد امواج روی سطح فواره و شکست لایه سیال رخ می‌دهد.

References

- [1] R.W. Sellence, T.A. Brzustowski, A simplified prediction of droplet velocity distribution in a spray, *Combustion and Flame*, Vol. 65, pp. 273-279, 1986
- [2] R.W. Sellence, T.A. Brzustowski, A prediction of drop size distribution in a spray from principle, *Atomization and Spray Technology*, Vol. 1, pp. 89-102, 1985
- [3] X. Li, R.S. Tankin, Droplet size distribution, a deviation of a Nukiyama-Tanasawa type distribution function, *Combustion Science and Technology*, Vol. 56, pp. 65-76, 1987
- [4] M. Ahmadi, R.W. Sellens, A simplified maximum entropy based drop size distribution, *Atomization and Spray*, Vol. 3, pp. 291-310, 1993
- [5] J. Cousin, S.J. Yoon, Dumouchel, coupling of classical linear theory and maximum entropy formalism for prediction of drop size distribution in sprays, *Atomization and Spray*, Vol. 6, pp. 601-622, 1996



The Journal of Engine Research

Journal Homepage: www.engineersearch.ir



Using maximum entropy method for prediction of droplet size and velocity distribution in spray

E. Movahednejad¹, F. Ommi^{2*}, K. Nekoufar³

¹Islamic Azad University, Jolfa International Branch, Jolfa, Iran, movahed@iauj.ac.ir

²Tarbiat Modares University, Tehran, Iran, fommi@modares.ac.ir

³Islamic Azad University, Chaloos Branch, Chaloos, Iran, nekoufar@iauc.ac.ir

*Corresponding Author, Phone Number: +98-912-1324767

ARTICLE INFO

Article history:

Received: 19 January 2013

Accepted: 07 March 2013

Keywords:

Spray

Modeling

Maximum entropy

Droplets distribution

Droplets diameter and velocity

ABSTRACT

The prediction of the droplets diameter and the velocity distribution in a spray is very difficult, since its processes and mechanisms are not completely known and depends on many parameters. The early stage of the atomization process (Primary Breakup) is clearly deterministic, whereas the final stage of the spray formation (Secondary Breakup) is random and stochastic and deals with the stochastic aspect of the droplet size and the velocity distribution which is done using the maximum entropy principle (MEP). The MEP predicts the atomization process while satisfying constrain equations of the mass, the momentum and the energy. Finally, experimental results for an annular jet and a swirl nozzle were used to verify the modeling results for the size and the velocity distribution of spray droplets which shows a good agreement between modeling and experiments. The effect of some atomization parameters like Weber number, momentum and energy source terms were investigated on the droplets distribution.

© Iran Society of Engine (ISE), all rights reserved.